初級卷(7-8 年級)

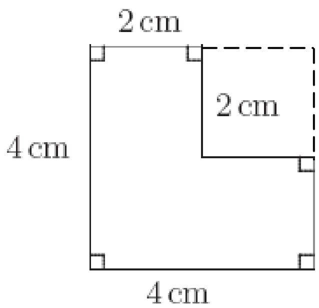
1. 2008+8002＝10010

答案：(E)

2. 最大的數值是 2.2

答案：(B)

3. 該圖形之周長與一個邊長為 4cm 的正方形之周長相等，故周長為 16cm

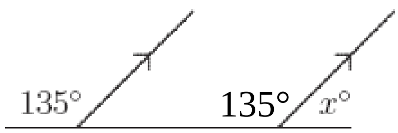


答案：(D)

4. 因 $199\frac{1}{2}=200-\frac{1}{2}$，故其一半為 $100-\frac{1}{4}=99\frac{3}{4}$

答案：(E)

5. 由兩平行線截一直線的同位角可知 x° 的外角為 135°。因此 $x^\circ+135^\circ=180^\circ$，即 $x=45$

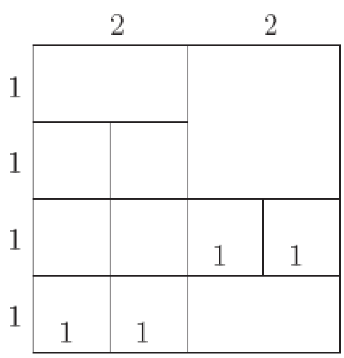


答案：(E)

6. **（同中級卷第 4 題、高級卷第 4 題）** $\dfrac{200\times8}{200\div8}=\dfrac{200\times8\times8}{200}=8\times8=64$

答案：(D)

7. 圖中有 1 個 4x4 的正方形、沒有 3x3 的正方形、有 5 個 2x2 的正方形、有 8 個 1x1 的正方形，因此共有 1+5+8＝14 個正方形



答案：(D)

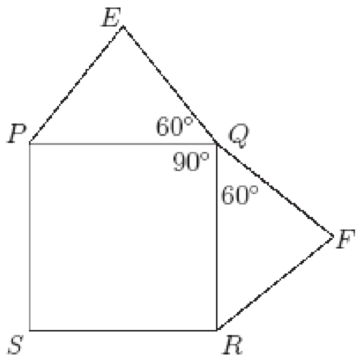
8. 從 8：58am 到同一天的 9：34am 共有 2+34＝36 分鐘

答案：(C)

9. **（同中級卷第 5 題）** 可組成之最大偶數為 98756，故十位數為 5

答案：(A)

10. $\angle PQE = \angle RQF = 60^\circ$。$\angle PQR = 90^\circ$。
故 $\angle EQF = 360^\circ - 60^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 150^\circ$



答案：(D)

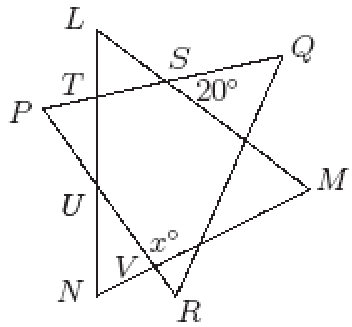
11. **（同中級卷第 7 題）**令寬為 x cm，故長為 $2x$ cm。則有 $x \times 2x = 72$，即 $x=6$。因此周長為 6+6+12+12＝36cm

答案：(B)

12. 因為 $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$，所以有 $\frac{4}{15}$ 的珠子是黃色的，而黃色的珠子有 12 顆，因此可知全部的 $\frac{4}{15}$ 為 12，故全部有 45 顆

答案：(B)

13. **（同中級卷第 9 題）**$\angle LST = \angle MSQ = 20^\circ$，故 $\angle LTS = \angle PTU = 100^\circ$。因此 $\angle PUT = \angle NUV = 20^\circ$。因 x° 為△VUN 的一個外角，故 $x^\circ = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$



答案：(B)

14. 【方法一】
當 N 市與 M 市的足球友誼賽上半場結束時，N 市以 1：0 領先 M 市，而在下半場雙方共進 3 球。故最終的比賽結果可能為
   (i) N 市進 4 球、M 市進 0 球
   (ii) N 市進 3 球、M 市進 1 球
   (iii) N 市進 2 球、M 市進 2 球
   (iv) N 市進 1 球、M 市進 3 球
所以 N 市不可能比 M 市多進 1 球
【方法二】可知整場比賽雙方共進 4 球為偶數，故 M 市與 N 市的進球數應同時為奇數或同時為偶數，他們的差必須是偶數，故（D）不可能。

答案：(D)

15. (i) 寫成兩個相異正整數之和：1+11、2+10、3+9、4+8、5+7 共 5 種方式；
(ii) 寫成三個相異正整數之和：1+2+9、1+3+8、1+4+7、1+5+6、2+3+7、2+4+6、3+4+5 共 7 種方式；

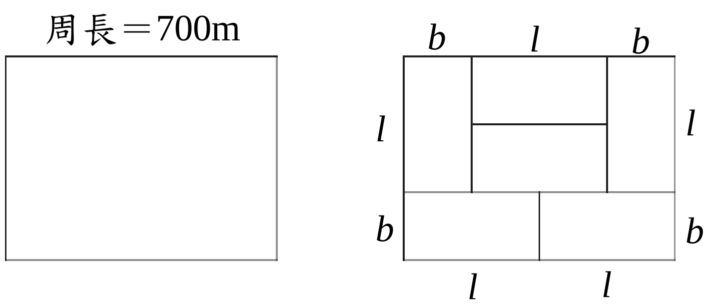
(iii) 寫成四個相異正整數之和：1+2+3+6、1+2+4+5 共 2 種方式；
因 1+2+3+4+5>12，故 12 不可能表示成五個或五個以上的相異正整數之和，因此所求共有 5+7+2＝14 種方式

答案：(C)

16. **(同中級卷第 12 題)** 奇的一位數共有 1、3、5、7 及 9。因此兩個奇的一位數相乘所得之積可為：
1x1＝1、1x3＝3、1x5＝5、1x7＝7、1x9＝3x3＝9、3x5＝15、3x7＝21、3x9＝27、5x5＝25、5x7＝35、5x9＝45、7x7＝49、7x9＝63、9x9＝81
共有 14 個數。

答案：(C)

17. 令小矩形的長為 l m 而寬為 b m。從下右圖可知小矩形的長為寬的兩倍。



因此整個牧場之周長為小矩形之寬的 14 倍。因整個牧場之周長是 700m，即小矩形之寬的 14 倍是 700m，故小矩形之寬為 700÷14＝50m。所以小矩形的周長是 50+100+50+100＝300m。

答案：(B)

18. 這些號碼中共有 500 個個位數、491 個十位數、401 個百位數，因此共需 1392 個小塑膠數字，因此共需花費 1392×$0.05＝$69.60

答案：(D)

19. 因主對角線已有 1、2 及 3，故知 Y＝4，也因此可知 X 不可為 3 也不可為 4，故 X+Y 的可能值為 1+4＝5 或 2+4＝6。下右表可知 X＝2 是可發生的，故 X+Y 的最大值為 6。

1			
	2		
		3	X
			Y

1	4	2	3
3	2	4	1
4	1	3	2
2	3	1	4

答案：(C)

20. 假設第一組數有 x 個數，則第一組數的總和為 $4x$，而第二組數的總和為 $2x\times10=20x$。因此這二組數共有 $3x$ 個數，其總和為 $24x$，因此平均值為 $\frac{24x}{3x}=8$

答案：(D)

21. 因 2m＝200cm，所以正立方體的每一邊都被切成 $\frac{200}{5}=40$ 份，也因此共切成了 40×40×40 個邊長為 5 cm 的小正立方體。當這些小立方體以面對面黏在一起構造成一座高塔時，高度為 40×40×40×5 cm＝320000cm＝3200m＝3.2km

答案：(D)

22. （**同中級卷第 18 題**）設該數為 x。則由條件知 x+1 可被 2、3 及 5 整除，換言之，x+1 為 30 的倍數。而 30 的倍數中，小於 2008 的最大數為 1980，故該數為 1979，因此其數碼和為 26。

答案：(A)

23. （**同中級卷第 21 題、高級卷第 18 題**）因為集雨的水量與集雨的面積成正比，所以「農舍屋頂的集雨量」:「穀倉屋頂的集雨量」＝200：80＝5：2。因此若要收集儘可能多的雨水，兩個蓄水池的剩餘集水空間也要是 5：2。

此時因農舍蓄水池仍有 100－35＝65 KL 的剩餘集水空間、穀倉蓄水池仍有 25－13＝12 KL 的剩餘集水空間，而 $\frac{65}{12}>\frac{5}{2}$，故要從穀倉蓄水池抽取水至農舍蓄水池。

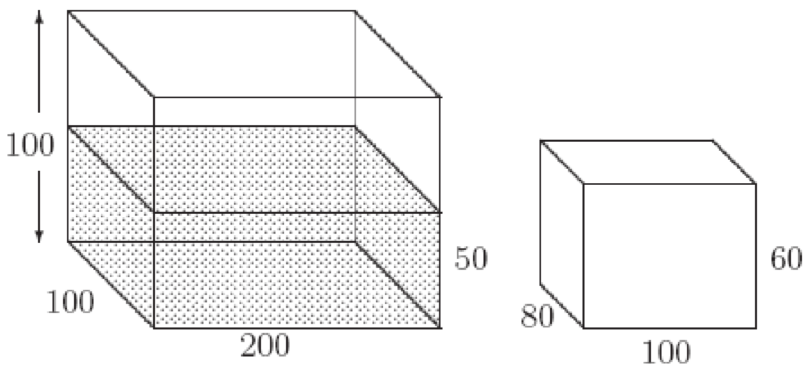
假設從穀倉蓄水池抽取 x KL 的水至農舍蓄水池，則農舍蓄水池有(65－x) KL 的剩餘集水空間、穀倉蓄水池有(12+x) KL 的剩餘集水空間，則可得

$$\frac{65-x}{12+x}=\frac{5}{2}$$
$$130-2x=60+5x$$
$$x=10$$

因此要從穀倉蓄水池抽取 10 KL 的水至農舍蓄水池。

答案：(D)

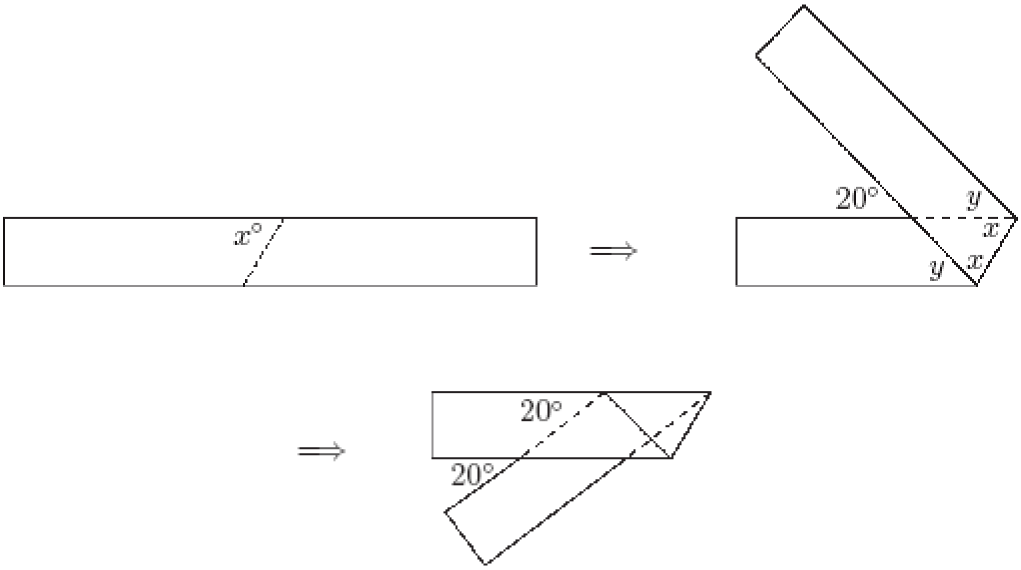
24. （**同中級卷第 15 題、高級卷第 10 題**）水的體積為 100×200×50＝1000000cm^3，而實心長方體金屬的體積為 80×100×60＝480000cm^3。



因此若將這個實心長方體金屬全部沉入魚缸內，使得它的 80 cm × 100 cm 這一個表面貼緊魚缸的底部時，水深為 $\frac{1480000}{20000}=74$cm。因這個實心長方體金屬高為 60cm，故這個金屬長方體正上方的水深為 14cm

答案：(B)

25. 如圖，由對應角可知在第二個步驟中兩個標記上 y° 的角是相等的，因此第二個步驟中所形成的三角形裡的兩個底角都是 x°。



從第三個步驟往回推，可得知第二個步驟中所形成的三角形之第三個角為 20°，即該三角形是三個角之角度為 20°、x°、x° 的等腰三角形。因此知 $2x+20=180$，即 $x=80$。

答案：(E)

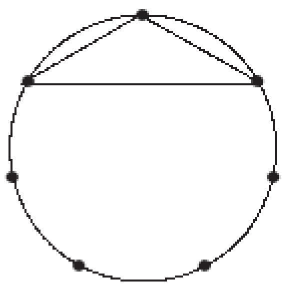
26. 【方法一】二位數的數碼只可能為 1、3、5、7 或 9。而二位數 ab 與它的逆序數 ba 可寫成 $10a+b$ 與 $10b+a$，其和為 $10a+b+10b+a=11(a+b)$。雖然 $11(a+b)$ 的最大值發生在 $a=b=9$ 時，但因 99 非質數，故不符合。而 $a+b$ 的次大值發生在 $9+7=16$ 時，且 97 與 79 都是質數，故滿足題意的最大值為 $97+79(=11\times16)=176$。

【方法二】因 99、98 不是質數而 97 是質數，且 79 也是質數，故滿足題意的最大值為 $97+79=176$

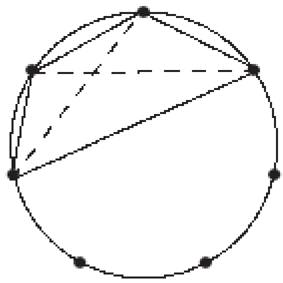
答案：176

27. 正七邊形的任何一條對角線都可將正七邊形切為二部分。

如下圖，先考慮對角線將正七邊形切為其中一部份僅含有二個邊的情形，此時這二個邊與對角線構成一個三角形，此種三角形必為鈍角三角形，且共有 7 個此類的三角形。



如下圖，再來考慮對角線將正七邊形切為其中一部份含有三個邊的情形，此時可找出二個以這條對角線為最長邊的鈍角三角形。因為這樣的對角線有 7 條，所以可得 $7\times2=14$ 個鈍角三角形。

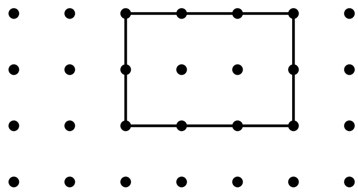


對角線將正七邊形切為其中一部份含有四個邊或以上的情形，不可能有鈍角三角形。所以一共有 7+14＝21 個鈍角三角形。

答案：21

28. （**同中級卷第 27 題**）

【方法一】先考慮長方體底面上的整數格點。此時共有 7x4＝28 個格點。



再來考慮由這些格點所構成的相異矩形（含正方形）數量。

首先，要先從長邊的 7 個點中選出 2 個點：

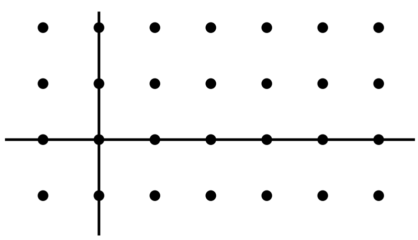
當選定左邊數來第一個點為其中一點時有 6 種選法、當選定左邊數來第二個點為其中一點時有 5 種選法、當選定左邊數來第三個點為其中一點時有 4 種選法、當選定左邊數來第四個點為其中一點時有 3 種選法、當選定左邊數來第五個點為其中一點時有 2 種選法、當選定左邊數來第六個點為其中一點時有 1 種選法，合計共有 6+5+4+3+2+1＝21 種選法。

再來要從短邊的 4 個點中選出 2 個點，利用相同想法可知當選定由上數來第一個點為其中一點時有 3 種選法、當選定由上數來第二個點為其中一點時有 2 種選法、當選定由上數來第三個點為其中一點時有 1 種選法，合計共有 3+2+1＝6 種選法。

因此由這些格點所構成的相異矩形數為 21×6＝126 個。

現在，考慮整個長方體從頂面到底面的四層平面，其中每個平面的高度都是整數。選出二層作為所求長方體之頂面與底面，利用相同想法可知當選定頂面為其中一層時有 3 種選法、當選定由頂面數來第二層為其中一層時有 2 種選法、當選定由頂面數來第三個層為其中一層時有 1 種選法，合計共有 3+2+1＝6 種選法。

因此所要求的長方體有 126×6＝756 個



【方法二】在長方體中共有 7x4x4 個格點。每一個所求之長方體都可由這些格點中的相異兩點所決定（作為所求長方體之一條對角線上的兩點）。因此其中一點有 7×4×4 中選法而另一點則有 6×3×3 種選法（因為兩點不能在同一平面上），即有 7×4×4×6×3×3 種方法選出相異兩點。但因這樣會將每一個形成的長方體重複算 8 次（因

長方體對角線有 4 條，且起點與終點可交換)因此共有 $\dfrac{7\times4\times4\times6\times3\times3}{8}=756$ 個所要求的長方體。

答案：756

29. （**同中級卷第 29 題、高級卷第 27 題**）從給定項數時，所能找到之和的最大數來看起。

1 項時：1＝1；
2 項時：2＝1+1；
3 項時：4＝1+2+1；
4 項時：6＝1+2+2+1；
5 項時：9＝1+2+3+2+1；
6 項時：12＝1+2+3+3+2+1。

可以發現項數分別為奇數與偶數時有不同的公式：

若為 $2n$ 項時，最大和為 $n(n+1)$；若為 $2n+1$ 項時，最大和為 $(n+1)^2$。

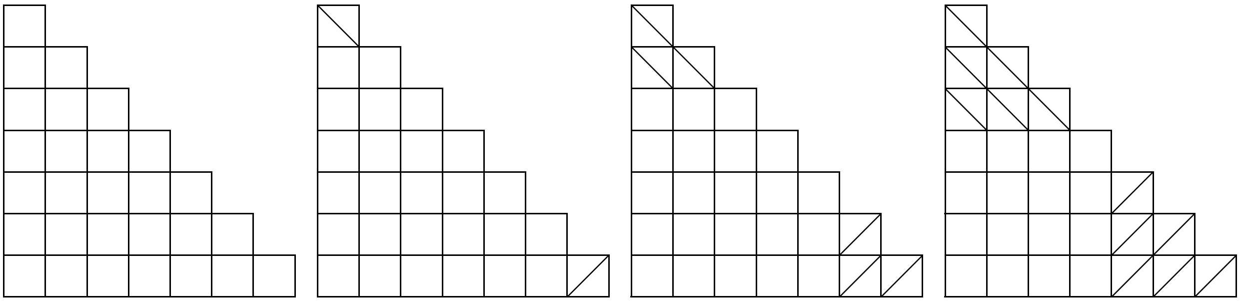
因 44×45＝1980 及 45×45＝2025，故 88 項不可能達到 2008 而 89 項之和可能為 2008。

因 88 項和的最大值為 1980＝1+2+3+…+88+88+87+…+3+2+1，比 2008 少 28，故可在該式中的兩個 28 中任選一個，在其後再加入一個 28 即為項數為 89 項且和為 2008。因此若不使用一些沒有必要的項時此數列需 89 項。

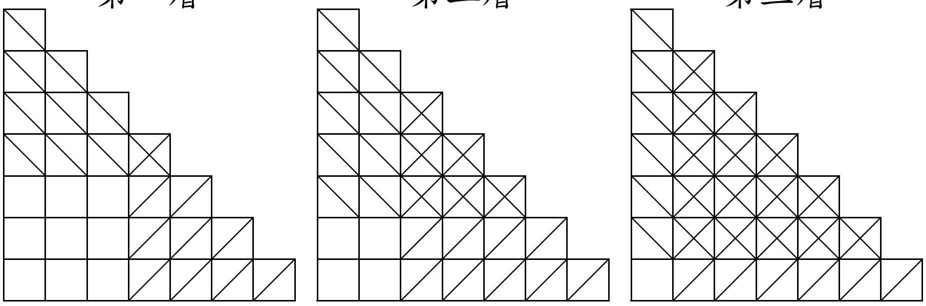
答案：89

30. 【方法一】

以下為從前到後的七層視圖，其中 表示從上方看不存在、 表示從側面看不存在：



第一層　第二層　第三層　第四層



第五層　第六層　第七層

因此該紀念碑最多能有 28+26+22+16+9+4+1＝106 個正立方體石塊。

【方法二】

從各個視圖來判斷前視圖每個位置上最多能有的正立方體石塊數如下表所示：

1						
2	2					
3	3	3				
4	4	4	4			
5	5	5	4	3		
6	6	5	4	3	2	
7	6	5	4	3	2	1

因此最多能有 $2\times1+4\times2+6\times3+7\times4+5\times5+3\times6+1\times7=106$ 個正立方體石塊。

答案：106