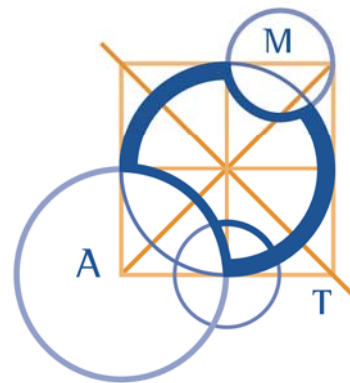


AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION

AN ACTIVITY OF THE AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST



THURSDAY 6 AUGUST 2009

INTERMEDIATE DIVISION COMPETITION PAPER

中級卷（9—10 年級）

考試時間：75 分鐘

注意事項

一般規定

1. 未獲監考老師許可之前不可翻開此測驗題本。
2. 各種通訊器材一律不得攜入考場，不准使用電子計算器、計算尺、對數表、數學公式等計算器具。作答時可使用直尺與圓規，以及兩面全空白的草稿紙。
3. 題目所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。
4. 最前 25 題為選擇題，每題有五個選項。最後 5 題要求填入的答案為 0 至 999 的正整數。題目一般而言是依照越來越難的順序安排，對於錯誤的答案不會倒扣分數。
5. 本活動是數學競賽而不同於學校測驗，別期望每道題目都會作。考生只與同地區同年級的其他考生評比，因此不同年級的考生作答相同的試卷將不作評比。
6. 請依照監考老師指示，謹慎地在答案卡上填寫您的基本資料。若因填寫錯誤或不詳所造成之後果由學生自行負責。
7. 進入試場後，須等待監考老師宣佈開始作答後，才可以打開題本進行答題。

作答須知

1. 限用 B 或 2B 鉛筆填寫答案。
2. 請用 B 或 2B 鉛筆在答案卡上將您認為正確選項的圓圈塗滿（不是在題本上）。
3. 您的答案卡將由電腦閱卷，為避免電腦誤判，請不要在答案卡上其他任何地方塗劃任何記號。填寫答案卡時，若需要修改，可使用軟性橡皮小心擦拭，並確定答案卡上無殘留痕跡。

特別約定

為確保競賽之公平性及認證成績優異學生，AMC 主辦單位保留要求考生重測之權利。

中級卷(9-10 年級)

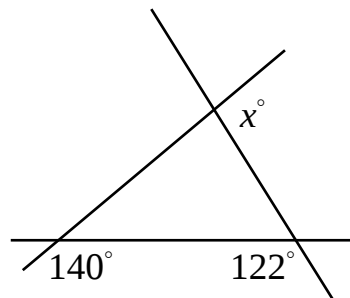
1-10 題，每題 3 分

1. 算式 $(2000+9)+(2000-9)$ 等於

(A) 4000 (B) 4009 (C) 200 (D) 2000 (E) 5000

2. 在右圖中， x 之值等於

(A) 140 (B) 122 (C) 80
(D) 90 (E) 98



3. 算式 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ 等於

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{5}{7}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{15}$ (E) $\frac{1}{60}$

4. 下列哪一項的值最大？

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{3} - \frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{3}$

5. 在下列算式的方框內應填入什麼數才能使得算式正確？

$$0.1 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.4 \times \square = 0.12$$

(A) 500 (B) 50 (C) 5 (D) 0.5 (E) 0.05

6. 已知 $3^k = 9^{30}$ ，則 k 之值等於

(A) 15 (B) 30 (C) 40 (D) 60 (E) 90

7. 多項式 $(x-y)-2(y-z)+3(z-x)$ 等於

(A) $-2x-3y+5z$ (B) $-2x-3y-z$ (C) $4x+y-z$
(D) $4x+3y-z$ (E) $2x+3y-5z$

8. 若點 $(k, 17)$ 落在點 $(1, 5)$ 與 $(4, 11)$ 的連線上，則 k 之值等於

(A) 37 (B) 14 (C) 8 (D) 6 (E) 7

15. 請問 6×8^{2009} 之值的末位數是什麼？

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

16. 兩枚骰子的面上分別標上 1~6 點，但由於有偏差，兩枚骰子出現偶數點的機率都約為出現奇數點的兩倍。現投擲這兩枚骰子並將出現的點數相乘，請問所得乘積為奇數的機率是什麼？

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{2}{3}$

17. 在 1、2、3、4、5 五個數的所有排列中，若第二個數與第四個數都比相鄰的數大，則稱此種排列為「鳳眉排列」。例如：(1, 3, 2, 5, 4) 是一個「鳳眉排列」但 (1, 3, 4, 5, 2) 則不是。請問共有多少個「鳳眉排列」？

- (A) 16 (B) 12 (C) 15 (D) 24 (E) 18

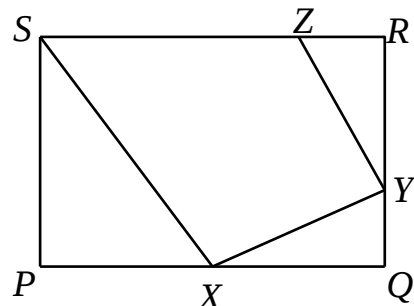
18. 右圖的矩形 PQRS 中，點 X 為 PQ 邊之中點、點

Y 在 RQ 邊上且 $YQ = \frac{1}{3}RQ$ 、點 Z 在 RS 邊上且

$ZR = \frac{1}{4}RS$ 。請問四邊形 XYZS 的面積佔矩形

PQRS 的面積的幾分之幾？

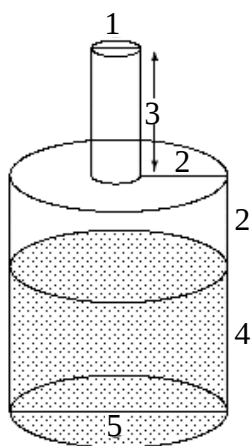
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{7}{12}$ (C) $\frac{2}{3}$
(D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{5}$



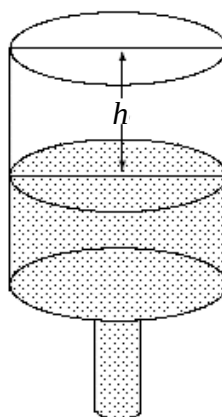
19. 有一個正分數與它的倒數之差為 $\frac{9}{20}$ ，請問這個分數與它的倒數之和是什麼？

- (A) $\frac{41}{40}$ (B) $\frac{20}{9}$ (C) $\frac{25}{16}$ (D) $\frac{41}{20}$ (E) 5

20. 一個圓柱狀的容器已注入一些水，其各部分的長度以 cm 計，如圖一所示。



圖一



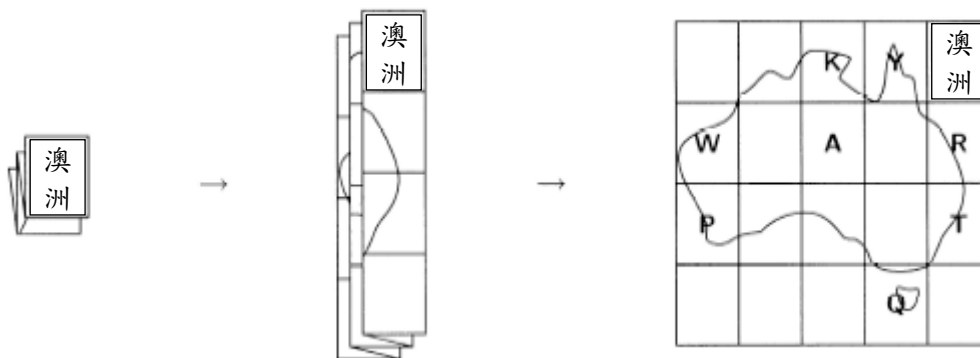
圖二

將該容器瓶口蓋緊然後倒立，如圖二所示。請問在倒過來直立的容器中空氣的高度 h 為多少 cm？

- (A) 2 (B) $2\frac{1}{3}$ (C) $2\frac{7}{25}$ (D) $2\frac{1}{5}$ (E) $2\frac{3}{25}$

21-25 題，每題 5 分

21. 我購買了一張澳洲地圖，將它展開並標記上 8 個我想去旅遊的地點。



然後我將地圖依照上述方式重新摺好放在桌上。請問我標記的地點從上到下的順序為何？

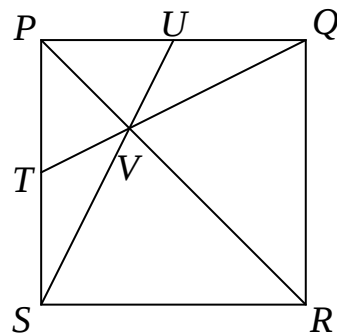
- (A) RTYQKAWP (B) YKRAWTPQ (C) RTQYKAWP
(D) YKTPRAWQ (E) YKWARTPQ

22. 一個迴文數是從前面讀起與從後面讀起數值相同的數。例如：55、101、8668 都是迴文數。在四位數中共有 90 個迴文數，請問這些四位迴文數中共有多少個可被 7 整除？

- (A) 7 (B) 9 (C) 14 (D) 18 (E) 21

23. 在右圖正方形 $PQRS$ 中， T 、 U 分別為邊 PS 與 PQ 之中點。已知 TQ 和 SU 交於點 V 。請問四邊形 $QVSR$ 面積佔正方形 $PQRS$ 面積的幾分之幾？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{2}{3}$
 (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{5}{9}$



24. 某位國王懷疑他的臣子 A、B、C、D、E、F 圖謀叛變。國王分別與他們私下密談，他們告訴國王：

A：「F 是忠臣但 E 則是叛徒。」

B：「A 是忠臣。」

C：「F 是忠臣但 B 是叛徒。」

D：「C 是忠臣但 B 是叛徒。」

E：「D 是叛徒。」

F：「A 是忠臣。」

每位叛徒都知道哪些人是叛徒，但他們都告訴國王錯誤的訊息，指控忠臣為叛徒且把叛徒說成忠臣。每位忠臣都將他所知道的是據實以報，故忠臣指認叛徒的訊息是可靠的，但他宣稱的忠臣的訊息可能是錯的。請問這六位臣子中共有多少位叛徒？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

25. 下列哪一項不可能是連續七個正整數的平方和之末位數？

- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

問題 26~30 的答案為 000~999 之間的整數，

請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題佔 6 分，第 27 題佔 7 分，第 28 題佔 8 分，

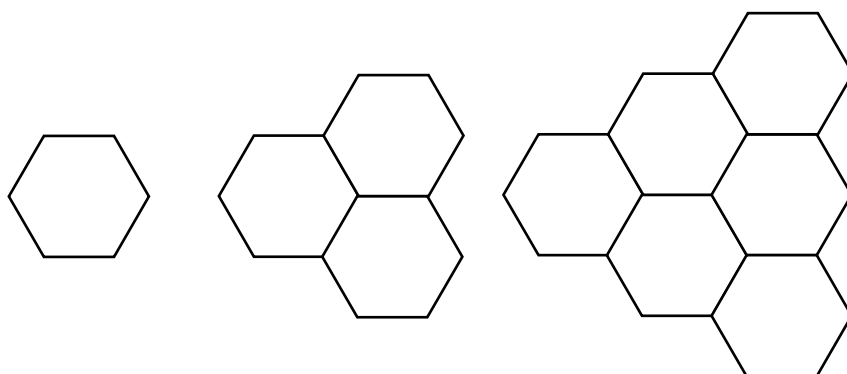
第 29 題佔 9 分，第 30 題佔 10 分。

26. 請問被 2、3、4、5、6、7 除所得餘數均比除數少 1 的最小正整數是什麼？

27. 若一個數的數碼嚴格遞增則稱此數為「上升數」。例如：189 與 3468 都是上升數，而 142 與 466 則不是。請問哪個三位數 n (n 介於 100 與 999 之間) 是上升數且 $6n$ 也是上升數？

28. 一位魔術師想在五個房間內各留下等數量（至少 1 隻）的兔子。在抵達第一個房間之前他要渡過一條「神河」一次，同樣地從一個房間到另一個房間之前也都要渡過一條神河一次。每當他渡過神河時，他手中的兔子數量都會加倍，當魔術師離開第五個房間時手中已無兔子。請問原來他至少要有多少隻兔子？

29. 考慮以下由正六邊形所構成的造型。



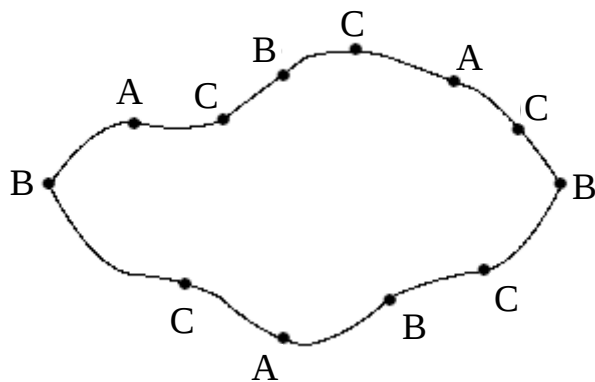
造型 1

造型 2

造型 3

第 1 個造型包括有 6 條線段，而第 2 個造型包括 15 條線段、第 3 個造型包括 27 條線段。請問第 11 個造型包括有幾條線段？

30. 某國欲建築一條長為 1080 km 的環線鐵路。由 A、B、C 三家公司分別來營運及規劃建造各車站。A 公司將建三座車站，每站之間的距離都為 360 km、B 公司將建四座車站，任相鄰兩站之間的距離都為 270 km、C 公司將建五座車站，任相鄰兩站之間的距離為 216 km。



該國政府要求這三家公司要使所有各相鄰車站之間的最長距離愈小愈好。請問這個距離是多少 km？