中級卷(9-10 年級)

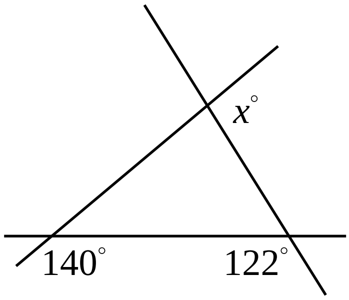
1. （同初級卷第 6 題）

   (2000+9)+(2000－9)=2000+9+2000－9=4000

   答案：(A)

2. （同高級卷第 2 題）

   360－140－122=98



   答案：(E)

3. $\frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{5} = \frac{1}{5}$

   答案：(A)

4. （同初級卷第 10 題）

   $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ 、 $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$ 、 $\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} = 1$

   答案：(E)

5. （同初級卷第 11 題）

$$0.1 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.4 \times \square = 0.12$$
$$0.02 \times \square = 1$$
$$\square = 50$$

   答案：(B)

6. $3^k = 9^{30} = (3^2)^{30} = 3^{60}$ ，故 k=60

   答案：(D)

7. （同高級卷第 5 題）

   原式=x－y－2y＋2z+3z－3x=－2x－3y+5z

   答案：(A)

8. 設此線之方程為 $ax+by+c$=0，則知 $a+5b+c$=0、$4a+11b+c$=0，由此二式可知 $3a+6b$=0，即 a=-2b，故可得 c=-3b。若原方程為-2x+y－3=0，代入(k, 17)可得-2k+17－3=0，故 k=7

   答案：(E)

9. 86=5x+7y，因此 7y 的末位數為 1 或 6，即 y=3 或 8。當 y=3 時 x=13、當 y=8 時 x=5，故至多購買 16 本

   答案：(C)

10. （同初級卷第 12 題）

    $21 \div 14 \times 4 = 6$

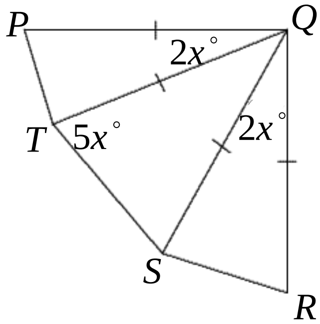
    答案：(C)

11. （同高級卷第 9 題）

可知搭巴士上學的學生共有$1000\times\frac{1}{4}=250$名，男學生有 1000－570=430 名，其中 430－313=117 名搭巴士，故有 250－117=133 名女學生搭巴士上學。

答案：(E)

12. （同初級卷第 14 題）



$\angle TQS=90°-2x°-2x°$，

$\angle QTS=5x°=[180°-(90°-4x°)]\div2$

$=90°-45°+2x°$

故 $x=15$

答案：(D)

13. $X=(3+1+1)^2=25$、$Y=(5+1+2)^2=64$

答案：(D)

14. 若 Q 為 1，則 P=1.4，故 P：Q=1.4：1=7：5

答案：(E)

15. 8^1的末位數為 8、8^2的末位數為 4、8^3的末位數為 2、8^4的末位數為 6、8^5的末位數為 8，故6×8^{2009}的末位數與6×8^1的末位數相同，即 8。 答案：(E)

16. 一枚骰子出現奇數的機率為$\frac{1}{3}$、出現偶數的機率為$\frac{2}{3}$。乘積出現奇數必須是兩枚骰子均為奇數，故機率為$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$。

答案：(A)

17. （同高級卷第 15 題）

第二個數、第四個數都比相鄰的數大，故一定有一數為 5，另一數是 3 或 4。

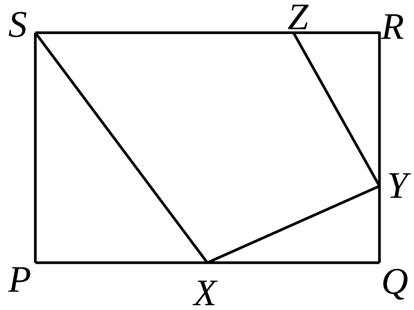
(i) $(a_1,3,a_3,5,a_5)$或$(b_1,5,b_3,3,b_5)$的情況，a_1、a_3、b_3、b_5均不可為 4，即a_5、b_1必為 4。因此a_1、b_5可能為 1 或 2，故共有 4 個「鳳眉排列」：(1, 3, 2, 5, 4)、(2, 3, 1, 5, 4)、(4, 5, 1, 3, 2)、(4, 5, 2, 3, 1)；

(ii) $(a_1,4,a_3,5,a_5)$或$(b_1,5,b_3,4,b_5)$的情況此時 1、2、3 可隨意排列，故共有 2×3×2×1=12 個「鳳眉排列」；

可知共有 4+12=16 個「鳳眉排列」。

答案：(A)

18. $\triangle PXS$的面積$=\frac{1}{4}\times$四邊形 $PQRS$ 的面積、



$\triangle YQX$的面積$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times$四邊形 $PQRS$ 的面積、

$\triangle ZRY$的面積$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times$四邊形 $PQRS$ 的面積，

故四邊形 $XYZS$ 的面積$=(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{12}-\frac{1}{12})\times$四邊形 $PQRS$ 的面積$=\frac{7}{12}\times$四邊形 $PQRS$ 的面積。

答案：(B)

19. $x-\dfrac{1}{x}=\dfrac{9}{20}\Rightarrow 20x^2-9x-20=0\Rightarrow(5x+4)(4x-5)=0\Rightarrow x=\dfrac{4}{5}$（負不合），

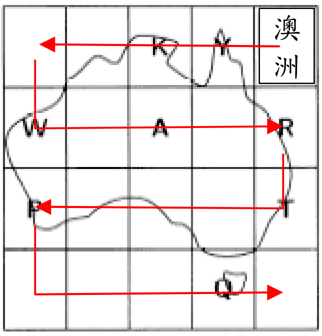
$\dfrac{4}{5}+\dfrac{5}{4}=\dfrac{41}{20}$。 答案：(D)

20. 水量$=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2\times\pi\times4=25\pi$，瓶口部分為$\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times\pi\times3=\dfrac{3}{4}\pi$，

可得$\left(25\pi-\dfrac{3}{4}\pi\right)\div\dfrac{25}{4}\pi=\dfrac{97}{25}$，故$6-\dfrac{97}{25}=\dfrac{53}{25}=2\dfrac{3}{25}$ cm。 答案：(E)

21. **（同初級卷第 23 題、高級卷第 20 題）**

由上而下順序為：



故知依序為 YKWARTPQ。 答案：(E)

22. **（同初級卷第 25 題、高級卷第 21 題）**

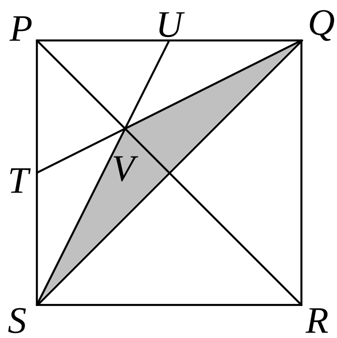
四位數之迴文數形如$\overline{abba}$，其中$a\neq0$且知$\overline{a00a}$必可被 7 整除。故只要$\overline{bb0}$可被 7 整除即可。當 b=0 或 7 時$\overline{abba}$必可被 7 整除，故只有 9×2=18 個這樣的四位數可被 7 整除。

答案：(D)

23. 連接 SQ，則 V 為$\triangle PQS$之重心，故

$$\triangle VSQ=\frac{1}{3}\triangle PQS=\frac{1}{6}\square PQRS,$$

所以四邊形 $QVSR$ 之面積佔$\square PQRS$ 之面積的$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}$



答案：(C)

24. **（同高級卷第 23 題）**

若 A 為忠臣，則 E 是叛徒，故 E 所說的話為假，即 D 是忠臣，此時由 D 說的話可知 B 是叛徒，再由 B 說的話得知 A 是叛徒，與假設矛盾；

若 A 是叛徒，則 F 是叛徒、E 是忠臣，此時由 F 說的話知 A 是叛徒、由 E 說的話知 D 是叛徒，再由 D 說的話得知 C 是叛徒、B 是忠臣，這時再從 C 的話知 F 是叛徒、B 是忠臣。

因此只有 B、E 是忠臣。 答案：(D)

25. 令這七個數為 $n-3$、$n-2$、$n-1$、n、$n+1$、$n+2$、$n+3$，則它們的平方和為 $(n-3)^2+(n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2=7n^2+28$。因一個正整數的平方之末位數只能是 0、1、4、5、6 或 9，故 $7n^2$ 的末位數只能是 0、7、8、5、2 或 3，因此 $7n^2+28$ 的末位數只能是 8、5、6、3、0 或 1，故 7 不可能。

答案：(D)

26. $n+1$ 可被 2、3、4、5、6、7 整除，而 2、3、4、5、6、7 的最小公倍數為 420，故 $n=419$。

答案：419

27. （**同初級卷第 28 題、高級卷第 27 題**）

$6n$ 必為偶數，且其數碼和必為 3 的倍數。

若 $6n$ 為上升數，它必須是三位數以上；

若 $6n$ 的末位數為 4，則 n 的末位數必為 4 或 9；

若 $6n$ 的末位數為 6，則 n 的末位數必為 6；

若 $6n$ 的末位數為 8，則 n 的末位數必為 3 或 8；

當 n 的末位數為 3，則只有 123 是上升數，但 123×6=738 不是上升數；

當 n 的末位數為 4，則只有 124、134、234 是上升數，但 124×6=744、134×6=804、234×6=1404 均不是上升數；

當 n 的末位數為 6，則 n 與 $6n$ 之值為

n	$6n$
126	756
136	816
146	876
156	936
236	1416

n	$6n$
246	1476
256	1536
346	2076
356	2136
456	2736

均不合題意；

當 n 的末位數為 8 時，因 6×8=48，即 $6n$ 的個位數必有進位 4 到十位數，因此若 $6n$ 也是上升數，則 6 乘 n 的十位數之末位數必為 0 或 2：

(i) 若是 0，則 n 的十位數為 5 且因 6×5=30，即 $6n$ 的十位數必有進位 3 到百位數，而此時因 $6n$ 的十位數是 4 可推知 6 乘 n 的百位數之末位數必為 0，故 n 的百位數為 5，但 558×6=3348 不是上升數；

(ii) 若是 2，則 n 的十位數為 2 或 7，但因 128×6=768 不是上升數，所以 n 的十位數為 7。而此時因 6×7=42，即 $6n$ 的十位數必有進位 4 到百位數，而此時因 $6n$ 的十位數是 6 可推知 6 乘 n 的百位數之末位數必為 0，故 n 的百位數為 5，即 $n=578$。驗算可知 578×6=3468 為上升數。

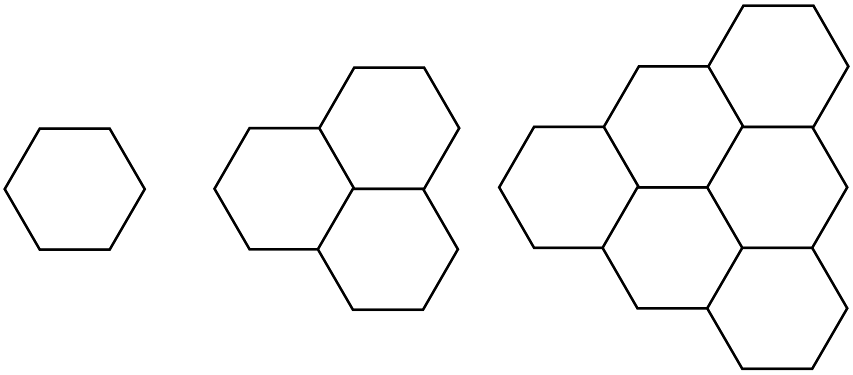
答案：578

28. （**同初級卷第 30 題**）

設每個房間都有 x 隻兔子，則在抵達第五間房間之前他有 $\frac{x}{2}$ 隻兔子、在抵達第四間房間之前他有 $\frac{x+\frac{x}{2}}{2}=\frac{3x}{4}$ 隻兔子、在抵達第三間房間之前他有 $\frac{x+\frac{3x}{4}}{2}=\frac{7x}{8}$ 隻兔子、在抵達第二間房間之前他有 $\frac{x+\frac{7x}{8}}{2}=\frac{15x}{16}$ 隻兔子、在抵達第一間房間之前他有 $\frac{x+\frac{15x}{16}}{2}=\frac{31x}{32}$ 隻兔子。因兔子隻數必為整數，故 x 是 32 的倍數，因此魔術師至少有 31 隻兔子。

答案：31

29.



造型 1　　造型 2　　造型 3

造型 1 有 6 條線段、
造型 2 有 $(1+2)\times 6-3=15$ 條線段、
造型 3 有 $(1+2+3)\times 6-(1+2)\times 3=36-9=27$ 條線段、
…、
造型 n 有 $(1+2+3+\cdots+n)\times 6-(1+2+3+\cdots+(n-1))\times 3=\frac{3n(n+3)}{2}$ 條線段。
當 n=11 時，有 $\frac{3\times 11\times 14}{2}=231$ 條線段。

答案：231

30. （**同高級卷第 29 題**）

可假設環線鐵路為圓形，則二個車站間的距離與該二個車站間所夾的劣角成正比，即找二個相鄰車站間的最長距離便是找二個相鄰車站間的所夾的劣角中最大值。

令 C 公司的五座車站為依序為 C_1、C_2、C_3、C_4、C_5，則可知 C 公司相鄰的兩座車站間所夾的角度為 72°；

令 B 公司的四座車站為依序為 B_1、B_2、B_3、B_4，則可知 B 公司相鄰的兩座車站間所夾的角度為 90°，且 C 公司必有一組相鄰的兩座車站間沒有 B 公司

的車站，假設這一組 C 公司相鄰的兩座車站為 C_1、C_5 及 B_1 位於 C_1、C_2 間並與 C_1 車站間所夾的角度為 x°。此時可知 $x \le 18$，否則 B_4 會位於 C_1、C_5 間且 C 公司會有另一組相鄰的兩座車站間沒有 B 公司的車站

令 A 公司的三座車站為依序為 A_1、A_2、A_3，則可知 A 公司相鄰的兩座車站間所夾的角度為 120°。因要找出這三家公司要使他們各相鄰車站間的最小之最長距離，所以此時 C_1、C_5 間必須要有一座 A 公司的車站，令其為 A_1 車站且與 C_1 車站間所夾的角度為 y°。

若 $y < 24$ 且 $x + y < 30$，則如圖 1 可知 A_3 車站位於 B_4 與 C_4 車站間。

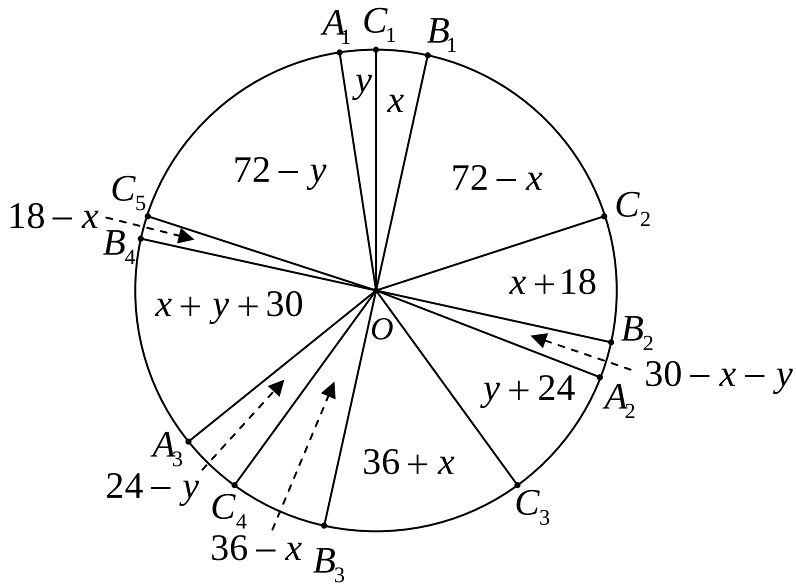


圖 1

若 $y < 24$ 且 $x + y > 30$，則如圖 2 可知 A_2 車站位於 B_2 與 C_2 車站間。

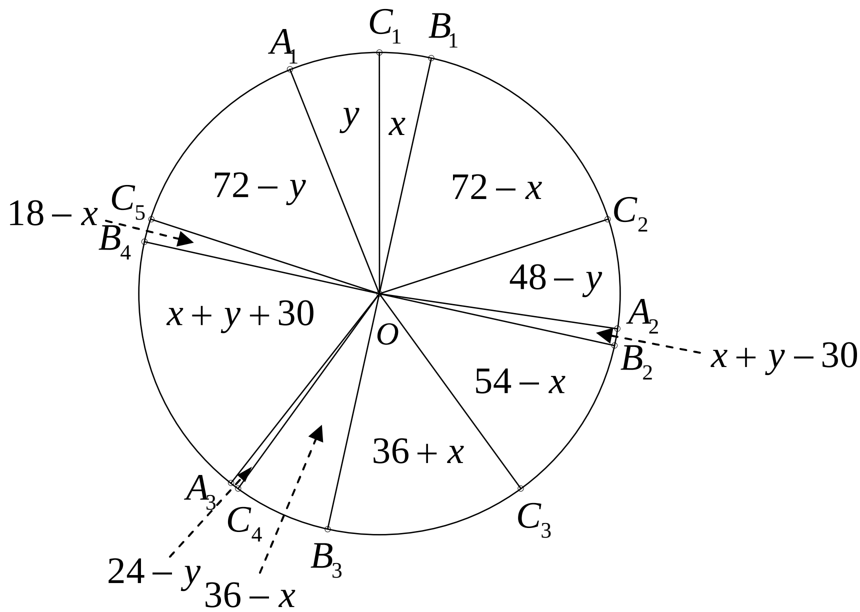


圖 2

在這兩種情況中，可知最大角為 $x+y+30$、$72-x$、$72-y$ 這三個之一。因要找出可能發生的最大角中的最小值，故可得 $x+y+30=72-x=72-y$，因此 $x=y=14$ 且知此時的最大角為 58°。

若 $24 \le y \le 48$，則如圖 3 可知 A_3 車站位於 B_3 與 C_2 車站間。

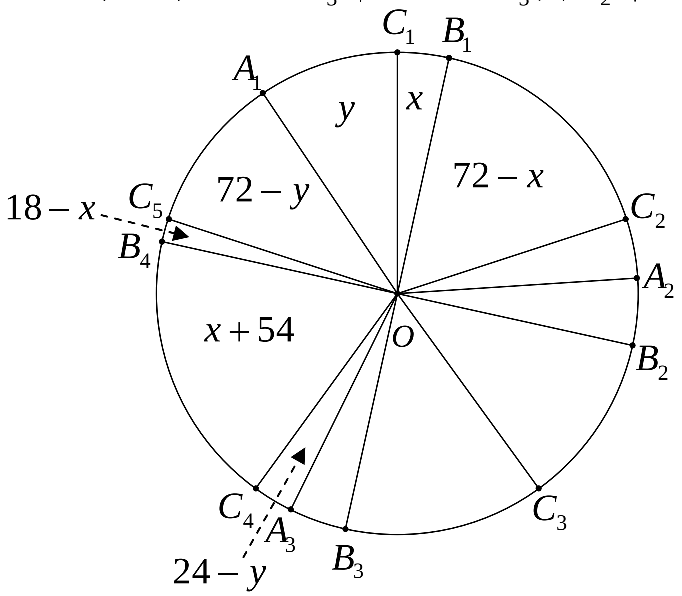


圖 3

此時 $72-x$ 與 $x+54$ 這兩個角的角度必大於 58°，故不為最小值。

若 $48 < y < 72$，則如圖 4 可知 A_2 車站位於 B_1 與 C_2 車站間且 A_3 車站位於 B_3 與 C_3 車站間。

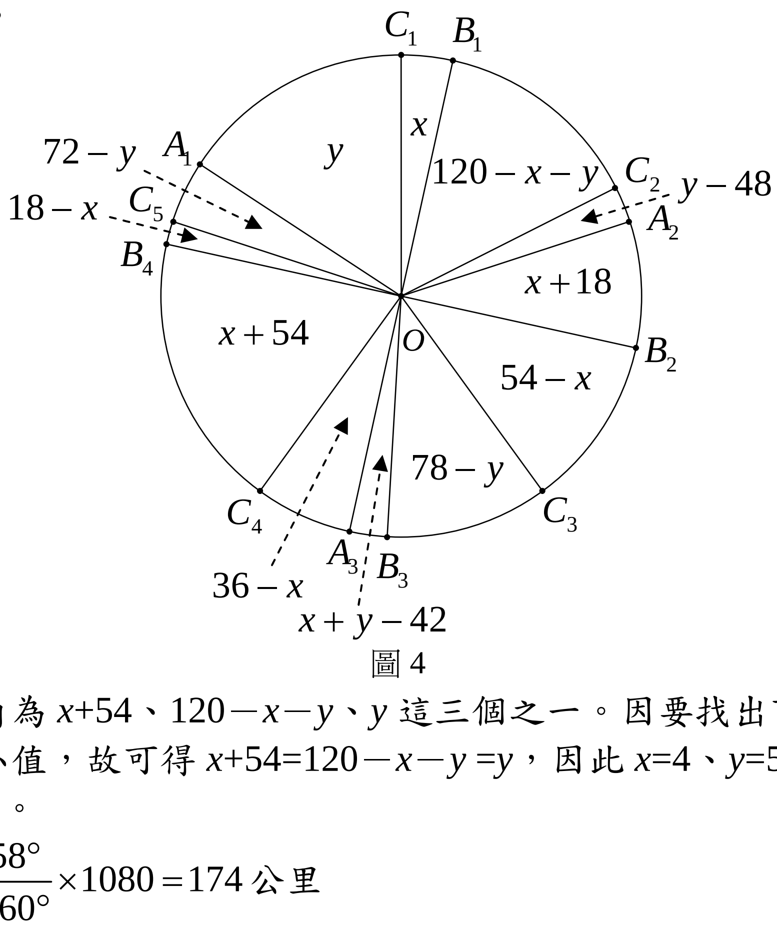


圖 4

可知最大角為 $x+54$、$120-x-y$、y 這三個之一。因要找出可能發生的最大角中的最小值，故可得 $x+54=120-x-y=y$，因此 $x=4$、$y=58$ 且知此時的最大角為 58°。

故所求為 $\dfrac{58^\circ}{360^\circ}\times 1080 = 174$ 公里

答案：174