

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(一)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、 有若一隻蚱蜢可以沿著某一直線作前後跳躍，或向前跳，或向後跳，已知它每次跳躍的距離不是 6 公分長就是 8 公分長。請問在某次跳躍後，它可以跳至距離原出發點

(a) 7 公分；

(b) 4 公分

的位置上嗎？

二、 將數字 1 或 9 放入 4×4 方格表的每一個方格中，使得依照方格表外編號所橫向或縱向讀取到的這 8 個四位數呈遞增次序。舉例：右下圖是 3×3 的方格表，依照方格表外編號所橫向或縱向讀取到的 6 個三位數為：111, 119, 199, 911, 919, 991.

1.

	3	7	6	4
5				
2				
8				
1				

EXAMPLE

	3	1	6
2	1	1	9
5	9	1	9
4	9	1	1

2.

	3	2	8	5
1				
7				
6				
4				

3.

	2	4	5	6
1				
7				
3				
8				

三、 64 位朋友同時每人得到一條消息，而且任意兩人所得消息不同。他們兩兩用電話相互告訴對方自己所得到的全部消息。設每次互通電話恰好用一分鐘，問最少需多少分鐘才能使每個人都知道所有的消息？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(二)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、 如果我們從正整數 $1, 2, \dots, 49, 50$ 中選取 26 個數，是否會有兩個連續的數會一併被選取？

二、 將下面方格表沿著格線分割成四片大小及外觀形狀相同的區塊(允許旋轉，但不可翻轉)，使得每一個區塊都只含有一個英文字母。

	A	B	C		
			D		

三、 考慮全體由 1 到 9 不重複地組成的九位數。一對這樣的九位數稱為是“完美”的數對，如果它們的和等於 987654321。

請找出三對“完美”的數對（注意： (a, b) 和 (b, a) 認為是相同的）。

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(三)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、小明將一張紙撕開成 8 張，然後他選擇了其中一片，並且再將這一片也撕成 8 張，重複這樣的操作，請問他能在某次操作後得到 2002 張紙片？

二、將數字 1 ~ 9 填入方格表中，使得方格表中每行、每列之數字和等於方格表外該行或該列所標示的數字。每一個數字只使用一次，方格表無須填滿。

1.

				24
				3
				4
				14
7	2	20	16	

2.

				8
				7
				25
				5
25	4	6	10	

EXAMPLE

6				6
9		3	5	17
8	7	2	1	18
4				4
27	7	5	6	

三、一個步行者行走了 3.5 個小時，在每一小時的時間間隔裡，他都行走了 5 公里。問他行走的平均速度是否一定為每小時 5 公里？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(四)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、一個伐木的公司決定砍伐一松樹林，但是引起綠色和平組織的抗議。公司的總裁指出，松樹林有 99% 的樹是松樹，我們只砍伐松樹，在工作完成後，剩下的樹有 98% 是松樹。試問：這家公司計畫砍伐多少百分比的樹呢？

二、下面 19 位諾貝爾獎得主的名字被列在方格表內。已知這些名字呈水平、垂直或對角線方向直線排列，在方格表中間 4×4 的部份方格被擦拭掉了，請您找出這 16 個方格內的英文字母並填入適當的方格內。

ARIAS
BRANDT
BRIAND
DUNANT
HULL

HUME
KING
MANDELA
MARSHALL
MONETA

MOTT
PAULING
PEARSON
PERES
RABIN

RENAULT
SADAT
SAKHAROV
WALESA

U	H	A	L	E	D	N	A	M	H
T	U	S	A	D	A	T	V	U	N
L	L	E	U	P	S	O	M	E	S
U	L	L					S	A	D
A	D	A					I	L	A
N	U	W					B	T	K
E	N	K					E	I	I
R	A	A	E	O	R	N	I	T	N
S	N	T	E	N	O	A	D	N	G
D	T	T	O	M	R	S	M	T	G

三、一些物體每個染上紅色或藍色中的一種，排在一條直線上。至少有一個物體染上紅色，也至少有一個物體染上藍色。已知若兩個物體之間有 10 個或者 15 個另外的物體，則這兩個物體是同色的，問這些物體最多有幾個？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國中組(一)

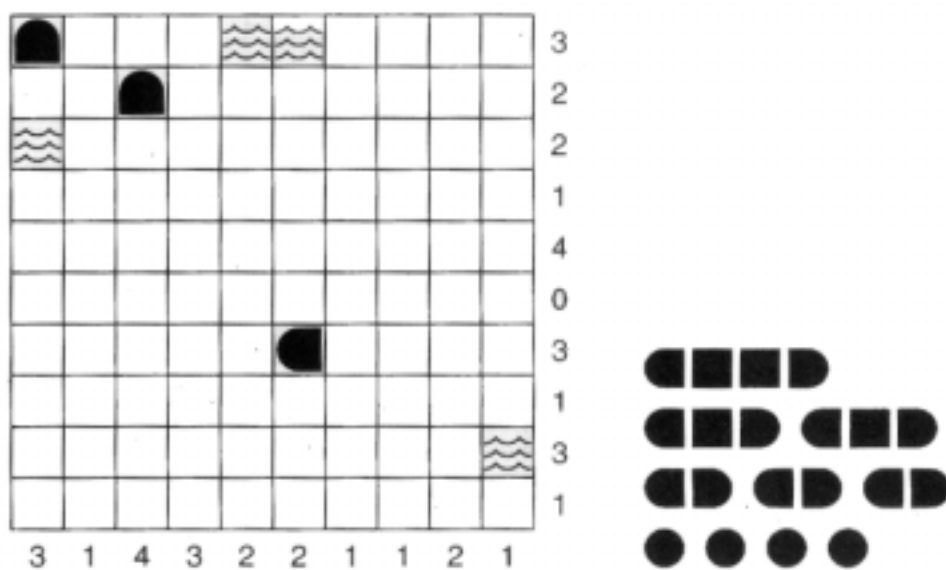
_____縣市_____國民中學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、試證：從 10 個不能被 10 所整除的正整數中，我們可以：

- (a) 從中找到兩個數，它們的差可被 10 整除；
- (b) 從中找到一些數，它們的和可被 10 整除。

二、已知戰艦不能佔據畫有水紋符號的方格，而且有三艘戰艦的艦首已標示在方格表內，方格表外的數字為該行或該列中，被艦隊佔據的方格數。一艘主力艦佔四個方格位置，一艘巡洋艦佔三個方格位置，一艘驅逐艦佔二個方格位置，一艘潛艇佔一個方格位置。請將右下圖 10 艘戰艦：一艘主力艦、兩艘巡洋艦、三艘驅逐艦及四艘潛艇，水平或垂直方向放置在方格表內，使得艦身彼此不接觸(不在相鄰方格上，也不可以在對角位置)。



三、有兩個棋手在一個無限平面上對局，棋子共有 51 個，其中 1 隻狼、50 隻羊。第一個棋手開局移動狼，然後第二個棋手移動一隻羊。接著第一個棋手再移動狼，然後第二個棋手再移動一隻羊，依此進行下去。狼和羊每次移動可沿任意方向且距離不超過一米。對任意的 k 值，問是否有棋子的一個初始擺法，使得狼不能捕獲任一隻羊？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國中組(二)

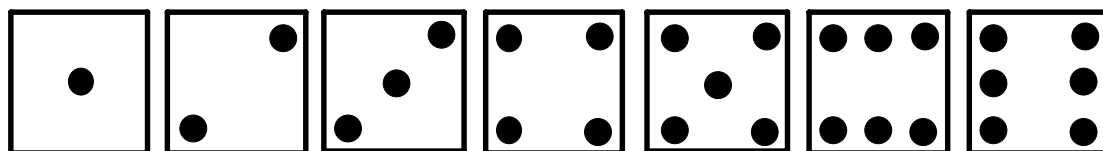
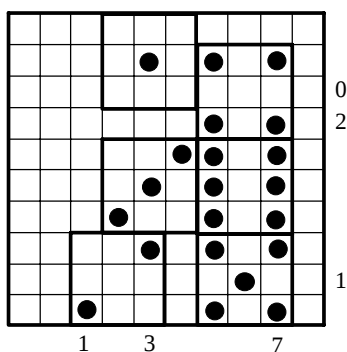
_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

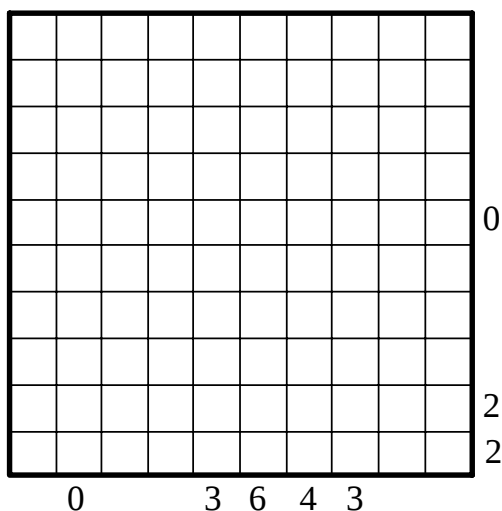
一、若 15 位男孩總共收集了 100 顆胡桃。試證在他們之中有兩位收集了一樣多的胡桃。

二、將六片標示點數 1 ~ 6 的 3×3 正方形紙片沿格線不重疊地放入 10×10 的方格表中，使得方格表外的數字代表該行或該列的點數和。(6 點的 3×3 正方形紙片可以如下圖旋轉 90 度，其他的不可以旋轉)

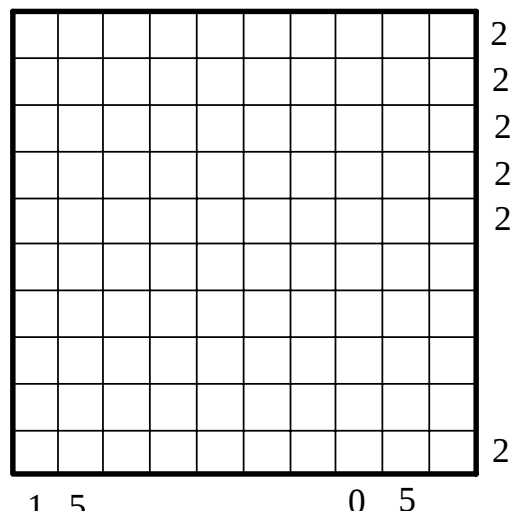
EXAMPLE



1.



2.



三、(a) 將一個正 $4k$ 邊形分割成若干平行四邊形。證明在這些平行四邊形中，至少有 k 個是矩形。

(b) 設(a)中正 $4k$ 邊形的邊長為 a ，試求(a)中所有矩形的總面積。

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

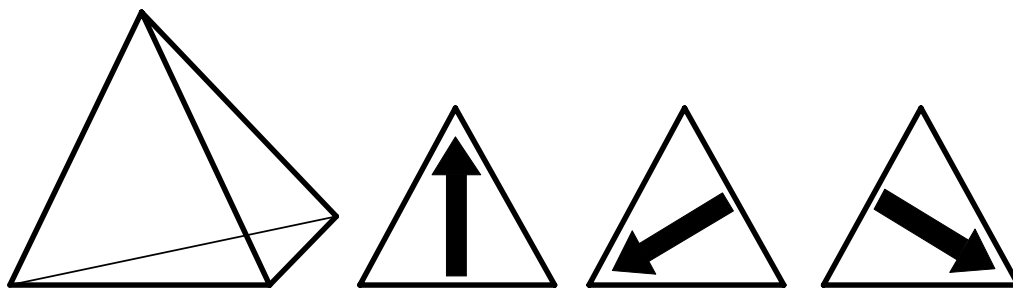
國中組(三)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

- 一、學校內自助餐廳的菜單共有 10 種不同的菜色，而且從未更動過。Peter 每天午餐都可選擇若干盤的菜，但是每一盤都不一樣。若他想維持每天午餐的菜色都不同，請問 (a) 在這個原則下，他最多可持續幾天？(b) 在這個原則下，這段期間內他總共吃掉幾盤菜？

- 二、將正四面體的每一個面標示上箭號，箭號指向該三角形面的其中一個頂點。請問依此方式標示的正四面體共有多少種？(注意：經由旋轉變換所得到另一個正四面體與原正四面體視為同一個，但鏡射變換所得的則視為不同。)



- 三、考慮正方形 $ABCD$ 中的一點 M 。證明三角形 ABM , BCM , CDM 和 DAM 的中線交點構成一個正方形。

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國中組(四)

_____縣市_____國民中學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、一道由 20 片木板排成的柵欄，已知每一片木板都要漆上單一的藍色，綠色或黃色，而且任意兩個相鄰的木板必須是不同顏色，試問：

(a) 這個柵欄有幾種塗漆方法？

(b) 如果這個柵欄至少有一片木板是漆上藍色，那麼共有幾種塗漆方法？

二、請在方格表內從數字所在的方格上畫上或水平，或垂直的線段，這些線段彼此不相交、不重疊，也不經過填有數字的方格及塗黑的方格。每一個空方格恰巧有一條直線段通過，每一個數字表示從該數字方格上所畫出的直線段所聯結的方格數，這個方格數並不含該數字方格。

		5						6		
				9						
	5					7			3	
4								4		
			3							8
							3			
					9					
		6						2		
6								6		
				5					8	
			4				3			
	4									8

三、已給數列 $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots$ 。請問是否存在由這個數列的某些項組成的等差數列？

(a) 有5項的等差數列；

(b) 多於5項的等差數列(如果有，可能有多少項的)。