

第 3 章 率和比 (Rate and Ratio)


率 (Rate)

在形容許多日常生活的情景時，都會同時出現兩種不同性質的數量。

率(Rate)是把兩個不同的量聯繫起來而作成的新的量，它將其中一個量與另一個量的每一單位作比較。

課堂討論 3.1

(A) 參考下列各情況，找出每題中的所關聯的兩個數量，並利用它們計算出一個有意義的率。

	率 (Rate)
1. 小敏以 5 分鐘走了 800 米的路程。	速率 (Speed) (每 1 分鐘所走路程) $\text{速率} = \frac{800 \text{米}}{5 \text{分鐘}} = \quad \quad \quad \text{米 / 分鐘}$
2. 某工廠以 8 小時完成了 6400 件產品。	生產效率 (每日小時的產量) 生產效率 = $\frac{\quad}{\quad}$ = \quad 件 / 小時
3. 小明做運動後，3 分鐘內呼吸了 120 次，心跳也有 300 次。 	a. 呼吸率 = $\frac{\quad}{\quad}$ = \quad b. 心跳率 = $\frac{\quad}{\quad}$ = \quad
4. 美國遊客 David 以 500 美元換取了 3900 港元。	a. 兌換率 = $\frac{\quad}{\quad}$ = \quad 港元 / 美元 b. 兌換率 = $\frac{\quad}{\quad}$ = \quad 美元 / 港元
5. 陳先生爲了完成一項合約工程，花了 20 天，共 180 小時，結果得了 \$9000 的酬金。	a. 日薪率 = $\frac{\quad}{\quad}$ = \$ \quad / 天 b. 時薪率 = $\frac{\quad}{\quad}$ = \$ \quad / 小時

計算率時須特別注意單位！



(B) 請舉出日常生活中的率的例子：



課堂討論 3.2

1. 志文以 10 秒時間完成 100 米的賽跑。求志文的跑速。

跑速 =

2. 陳先生駕駛的汽車以 2 小時 30 分駛完一段 100 公里的路程。求汽車的車速。

1 小時 = 60 分鐘
30 分鐘 = _____ 小時

車速 =

3. 謝某某駕駛跑車在公路上飛馳，公路的速度限制為 70 km/h，而他的跑車在 15 分鐘內完成了公路 20 公里的路程。請問他是否超速駕駛？



4. 健康村的一間 800 平方公尺公寓售價為 240 萬元，這公寓的每單位面積售價。幸運城有一小屋 1200 平方公尺的售價為 300 萬元。比較兩間房屋的售價。



km : kilometer 即 千米，亦作 公里。
km / h 讀作 kilometer per hour，
即 千米 / 小時。
per 即「每一」的意思。

課堂討論 3.4

<p>1. 動物園內， 管理員騎單車的速率可達 500 公尺/分鐘； 園內觀光火車的速率為 2.5 公里/小時。 比較兩者的速率。</p> <div data-bbox="541 398 794 483" style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <p>公尺即米 (m) 公里即千米 (km)</p> </div> 	<p>2. 小文的打字速度為 1200 字/小時，俊傑的速度為 32 字 /分鐘。比較兩人的打字速率。</p>
---	---

課堂練習 3.5

<p>1. 甲等茶葉的售價為 \$ 0.8 / g，特等茶葉的售價為 \$ 720 / kg。那種茶葉較貴？</p>	<p>2. 巴士的行車速度為 50 km/h，電車的行車速度為 300 m / min。巴士的車速比電車的速率高多少？</p>
--	---



率的應用

課堂討論 3.6

<p>1. 汽車的行駛速度為 60 km / h，若要完成 90 km 的路程，需時多少？</p>	<p>2. 小康以 90 m / min 慢跑了 30 分鐘，共跑了多少路程？</p>
---	---

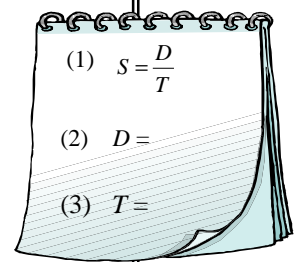
- | | |
|--|---|
| <p>3. 鐵路行駛一段約為 4 km 的路程，若以最高速 80 km/h 行駛，需時多久？(以分鐘作單位)</p> | <p>4. 大文的步行速度平均為 2.4 km / h。某天晚上他散步了 20 分鐘，共走了多少路程？</p> |
|--|---|

速率 (S : speed)、距離 (D : distance) 和時間 (T : time) 的關係如下：

$$\text{速率} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}} \quad \text{或} \quad \text{speed} = \frac{\text{distance}}{\text{time}}$$

三個量之中，運用任何兩個可計算出第 3 個的值。

計算時必須留意運算單位是否配合。



課堂練習 3.7

(1) 完成下表：

距離 (Distance)	時間 (Time)	速率 (Speed)
120 km	(e.g.) $\frac{120 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 2 \text{ h}$	60 km / h
150 m		10 m/s
	3 h	90 km/h
50 m		4 m/h
72 m		10 m/s
	20 min	60 m / min



(2) 汽車時速為 75 km/h。

a. 行駛 25 分鐘可走距離多少？

b. 行駛 3000m 需時多少？(分鐘)

課堂討論 3.8

<p>1. 榴槿 \$18 /kg，一個 3 kg 的榴槿售價多少？</p>	<p>2. 汽車的耗油量為 15 km/L。要完成 60 km 的路程，耗油多少？</p>
<p>3. 水管輸水的速率為 15 L / min。要裝滿一池 600 L 的水，需時多少？</p>	<p>4. 若心跳率為 70/分鐘，求一天內心跳的次數。</p>

課堂練習 3.9

<p>1. 一部印表機的印刷速率為 18 頁/分鐘。列印一份 90 頁文件需時多久？</p>	<p>2. 一部汽車的耗油量為 20 km/L。油箱內有汽油 3.2 L，汽車可行走多遠？</p>
<p>3. 小明的打字速率為 50 字/分鐘。小明打完一篇 2000 字文章所需時多少？</p>	<p>4. 鐵的密度約為 8 g / cm^3，一塊體積 80 cm^3 的鐵片的重量為多少？</p>
<p>5. 陳小姐的薪金為 \$150/小時。她上週共工作 4 天，每天工作 8 小時，共得薪金多少？</p>	<p>6. 甲等茶售 \$ 08 / g，乙等茶售 \$100 / kg。每種茶各買 500g，需款多少？</p>



課堂討論 3.10

1. 從 A 地到 B 地有兩種方法。
 - (I) 全程以汽車走公路，公路的路程為 240 km。
 - (II) 乘坐一段鐵路完成 200 km，再以汽車走 90 km 的公路。
若火車的平均速度為 80 km/h，而汽車的平均速度為 60 km/h。那一種方法較快？

2. 小敏參加「快打手」大賽，必須於 30 分鐘內打完 5000 字的文章方能晉級決賽。
小敏在最初的 10 分鐘以 100 字/分鐘的速率打字。
 - a. 若小敏持續以這速率比賽，是否可晉級決賽？

 - b. 若小敏要晉級決賽，必須要於後段增加至多少的速率？

3. 兩個獎盃形狀大小相同，體積均為 30 cm^3 ，但分別以鋁和銅製作。銅的密度為 7.92 g/cm^3 而鋁的密度為 2.7 g/cm^3 。求兩個獎牌的重量相差多少？

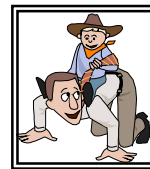


3.2 兩個數量的「比」較

課堂討論 3.11

(A) 計算出以下各題的未知量：

1. 志文翻看一張舊相片，當時志文剛 3 歲而爸爸則 27 歲。
現在志文已經 30 歲了，爸爸現已經 _____ 歲。



2. 超級廣場以相同的折扣作清貨大減價。
原價 \$100 的貨品以 \$60 出售。
原價 \$300 的貨品現售 \$ _____

3. 青蘋果和紅蘋果由不同的高處下墜。
當青蘋果距地面 1 米時，紅蘋果距地面 1.5 米。
當青蘋果跌到地面，紅蘋果仍距地面 _____。



4. 小敏最愛飲 ABC 濃縮果汁。
若要沖調一杯 300c.c. 果汁，小敏通常用 30c.c. 濃縮果汁。
若要沖調一杯 500c.c. 果汁，需用 _____ 濃縮果汁以造出同一味道。

(B) 當比較兩個量時，有些情況會考慮兩者「相差」的關係，有情況則考慮兩者「相除」的關係。

在解答 (A) 部各題時，那些情況用了兩者之「商」(兩數相除或考慮倍數關係)作答題的方案?

比 (Ratio)

比是以除法對兩個同類的數量作比較。

比的表示法

兩個同類的項 a, b 的比可表達為 $a:b$ 或 $\frac{a}{b}$ (其中 $b \neq 0$)。

a 和 b 分別稱為這個比的前項和後項。

例：甲班男生有 21 人，女生 19 人。

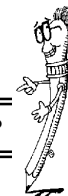
男女生人數的比可以表示為

$$\text{男生人數} : \text{女生人數} = 21 : 19 \quad \text{或} \quad \frac{\text{男生人數}}{\text{女生人數}} = \frac{21}{19}$$

正如 $\frac{a}{b}$ 和 $\frac{b}{a}$ 表示兩個完全不同分數， $a:b$ 和 $b:a$ 也是兩個完全不同的比。
千萬不要輕率將前後項互換！



5:3 和 3:5 相同嗎?



課堂討論 3.12

將以下的比以分線形式表示，並將比值化簡：

<p>1. (以比號表示)</p> <p>售價 : 原價 = \$60 : \$100</p> <p>(以分線表示)</p> $\frac{\text{售價}}{\text{原價}} = \frac{\$60}{\quad} =$	<p>2. (以比號表示)</p> <p>菓汁分量 : 開水分量 = 30 c.c. : 300 c.c.</p> <p>(以分線表示)</p> $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} =$
<p>3. (以比號表示)</p> <p>老師人數 : 學生人數 = 50 : 1200</p> <p>(以分線表示)</p> $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} =$	<p>4. (以比號表示)</p> <p>金的成份 : 銀的成份 = 0.15 g : 0.6 g</p> <p>(以分線表示)</p> $\frac{\text{金的分量}}{\text{銀的分量}} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

分數的化簡可用以下關係：

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times p}{b \times p} \quad \text{和} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div r}{b \div r}$$

比的化簡也有可用下關係：

$$a : b = a \times p : b \times p \quad \text{和} \quad a : b = \frac{a}{r} : \frac{b}{r}$$

一個比的兩個項可以同時乘以或除以同一個非零的數而比值不變。

當然上述關係式中， p 和 r 均不可以為 0。



課堂討論 3.13

將以下各比化至最簡：(Simplify the following ratios:)

<p>1. 24 : 60 (例)</p> $= \frac{24}{12} : \frac{60}{12}$ $= 2 : 5$	<p>2. 0.24 : 3.2</p> $=$
<p>3. $\frac{2}{3} : \frac{1}{9}$</p> $=$	<p>4. $\frac{1}{5} : \frac{1}{6}$</p> $=$
<p>5. 80 cm : 1.2 m</p> $=$	<p>6. 2.5 kg : 750 g</p> $=$

化簡一個比就是把比的兩個項化為最簡的整數。

課堂練習 3.14

Simplify the following ratios:

<p>1. $35 : 280$</p> <p>=</p> <p>=</p>	<p>2. $0.8 : 1.44$</p> <p>=</p>
<p>3. $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$</p> <p>=</p>	<p>4. $\frac{1}{3} : 2\frac{1}{6}$</p>
<p>5. $2.5 \text{ m} : 125 \text{ cm}$</p>	<p>6. $2 \text{ 小時} : 1 \text{ 小時 } 15 \text{ 分鐘}$</p>
<p>7. $4 \text{ km/h} : 800 \text{ m/h}$</p> <p>=</p>	<p>8. $\\$ 2 / \text{g} : \\$ 800 / \text{kg}$</p>

兩數 a, b 的關係為
 $3a = 4b$ ，
 求 $a : b$ 。

注意：

$a : b$ 即 $\frac{a}{b}$



<p>9. 一人體雕塑的頭部長 40 cm，身長 3.6 m。求頭部和身體長度的比。</p> <p>頭部長度 : 身體長度</p> <p>=</p>	<p>10. 一長方形長 20 cm，寬 12.5 cm，求長和寬的比。</p> <p>長 : 寬 =</p>
<p>11. a. 甲校 820 名學生之中，有 500 名患有近視。求近視學生人數與全體學生人數的比。並將比以 $1 : x$ 的方式表示。(將前項化為 1)</p> <p>近視人數 : 全體人數 = _____ : _____ = 1 :</p> <p>b. 乙校有學生 1230 人，患近視的有 600 人。比較甲乙兩校患近視情況的普遍性。</p>	



<p>課堂討論 3.15</p>

<p>1. 某校男生人數與女生人數的比為 $6:5$。若男生有 540 人，求女生人數。</p> <p>設女生人數為 n。</p>	<p>2. 一種合金以 $9:5$ 的比將銅和鋁鑄合。若合金中含銅 45 g，求鋁的分量。</p>
<p>3. 小玲與小丁以 $3:2$ 的比分享媽媽所給的零用錢。若媽媽本星期給她們 \$ 200，小丁可分多少？</p> <p>小丁：小玲 = _____ : _____</p> <p>小丁：總數 = _____ : _____</p> <p>設小丁所得為 \$$x$</p>	<p>4. 若盒裝和袋裝洗衣粉的重量的比為 $5:2$，而盒裝比袋裝多 300 g。求盒裝的重量。</p> <p>盒裝：袋裝 = $5:2$</p> <p>盒裝：兩者相差 = _____ : _____</p>
<p>5. 在一次清貨大行動中，ABC 公司給某類貨品訂出「超低價」，而所有「超低價」和原價的比為 $2:5$。</p> <p>a. 小張以「超低價」\$180 買烤麵包機一個，求它的原價。</p> <p>b. 大明以「超低價」買文具，節省了\$60。大明付款多少？</p>	

課堂練習 3.16

<p>1. 一個長方形長與寬的比為 $7:5$。已知它的長為 10.5 cm，求它的寬。</p> <p>設長方形的寬為 $x\text{ cm}$。</p> <p>_____ : _____ = $7 : 5$</p>	<p>2. 若雞蛋中蛋白和蛋黃重量的比約為 $5:6$。製造一種特別甜點時，需用蛋白 200 g，但同時留下多少蛋黃？</p>
<p>3. 陳先生喜愛集郵，他的收藏品中，若以數量計算，本地和外地的比約為 $5:2$；但若以價值計算，則本地藏品和外地藏品的價值比則為 $3:4$。若陳先生共有郵票 350 枚，約值 $\\$7000$。本地郵票約有幾枚，共值多少？</p>	
<p>4. 黃先生抱著小兒子秤體重，兩人共重 88 公斤。若黃先生和兒子的重量的比為 $9:2$。求黃先生的重量。</p>	<p>5. 甲乙二人以 $5:4$ 的比分酬金一筆，結果甲比乙多得 $\\$3000$。求這筆酬金的總數。</p>



連比 (Continued Ratio)

課堂討論 3.17

- (1) ABC 鮮菓店出品的，每瓶 1000c.c.，成份為 100 c.c. 的菠蘿汁，加上 500c.c. 的橙汁 和 400 c.c. 的奇異果汁，顧客都認為這個分量的配合既好味也有益。

超級健康菓汁中，

菠蘿汁：橙汁 = _____ : _____ = _____ : _____
(最簡表達)

橙汁：奇異果汁 = _____ : _____ = _____ : _____
(最簡表達)



這三種菓汁的分量配合亦可同一時間表達成一種連比：

菠蘿汁：橙汁：奇異果汁 = _____ : _____ : _____
= _____ : _____ : _____
(最簡表達)

- (2) 大寶、忠寶和小寶的零用的比為 8:5:3。
若大寶的零用有 \$200，求 忠寶和 小寶的零用多少。

忠寶零用：大寶零用 = _____ : _____ 小寶零用：大寶零用 = _____ : _____

$$\frac{\text{忠寶零用}}{\$200} = \frac{\quad}{\quad}$$

- (3) A, B, C 三人合作投資，並協議以 A : B : C = 2 : 3 : 5 的比分配利潤。
若全年利潤為 \$ 50 000，求 A 可分得利潤。

$$A : B : C = 2 : 3 : 5$$

$$A : (A + B + C) = \quad : \quad$$

課堂討論 3.20

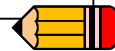
1. 若 $a:b:c = \frac{1}{3}:\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$ ，且 $a+b+c=65$ 。

a. 化簡 $a:b:c$ ；

b. 求三數中最大一個的值。

連比中的各項可同時
乘以或除以同一數
值，而比維持不變。

$$a:b:c = pa:pb:pc$$



2. A, B, C 三人分別投資 \$ 30000, \$ 60000 和 \$ 45000 作為生意的成本，並同意以本錢的比分配利潤。若本年度賺得利潤 \$ 180 000，求 C 所分得部分。

3. 若三人分酬金 \$ 2800 成 A, B, C 三份，其中 $A = 3C$ ， $B = \frac{2}{3}C$ 。

a. 寫出 $A:B:C$ ；

b. 求 B 的值。

