複習題

1. 化簡下列代數式：

a. $6x + 4x$	b. $3x - 4x + x$	c. $3x + 4y - 6x$
d. $8mn + 3nm + 3m$	e. $5ab^2 - 3a^2b + 2b^2a$	f. $2x^2 + 3yx + 2xy - 5x^2$
g. $\frac{m}{2} + \frac{2}{3}m - m$	h. $\frac{k}{2} - \frac{1}{2} + \frac{5k}{2} - \frac{1}{2}$	i. $\frac{m}{2} + \frac{m^2}{3} - \frac{m}{3} + m^2$

j. $(2x + 5y) + (4x - 8y)$	k. $(x^2 + 5x) + (9x - 5)$
l. $(3x + 2y - 5z) + (-3x - z)$	m. $(3 - x^2 + 5x) - (6x - x^2)$
n. $3x - (-x \quad - 2y)$	o. $-(3a + 5a^2) + 5a^2$

2. Simplify the following algebraic expressions:

a. $(4a)\ (5b)$	b. $(4a)\ (5\ a^3)$	c. $(-4a)\ (-5)$
d. $(2a)\ (-3a)\ (4a^2)$	e. $(a^4)\ (a^2)$	f. $(4a)\ (2a)$
g. $(ab^2)\ (a^3b)$	h. $(5ab^2)\ (-2a^3b)$	i. $(-xy)\ (2x)$
j. $(x^3)^3$	k. $(a^4)\ (a^4)$	l. $a^4 + a^4$
m. $(-x)\ (-x)\ (-x)$	n. $-x - x - x$	o. $(-2x)^3$
p. $-2x - 2x - 2x$	q. $\dfrac{3x^2y}{6xy^5}$	r. $\dfrac{48b^3c^5}{-8b^3c}$
s. $\dfrac{(2a^4)(3a^3)}{12a^2}$	t. $\dfrac{-2x(-15xy^4)}{24x^2y}$	u. $\dfrac{15x^4y^6}{(-3xy^3)(5x^3y^2)}$

3. Simplify the following algebraic expressions:

a. $3\,(2x + 3y)$	b. $3x\,(2x + 3y)$
c. $3xy\,(2x - 3)$	d. $3x^2\,(2x^2 - 3x)$
e. $3x^2\,(2x^2 - 3x) + 2x\,(2x^2 + 5)$	f. $-4\,(4x - 5y)$
h. $3\,(2x + 3y) - 4\,(4x - 5y)$	i. $(4x - 5y)\,(-\,2y)$
j. $3xy\,(x^2 - 2xy)$	k. $3x\,(xy - 5x) + x^2\,(y - 2)$
l. $\frac{1}{2}(x + y) + \frac{1}{3}(x - y)$	m. $\frac{x}{2} + \frac{3}{2}(2x + y)$

4. 解下列方程：

a. $15 + 2x = 35$	b. $4 - 3(x + 2) = 13$
c. $\dfrac{y-10}{2} = 3$	d. $\dfrac{4y}{5} - 3 = 5$
e. $\dfrac{2}{3}(2a - 7) = 10$	f. $\dfrac{12}{x-1} = 4$
g. $5\,(x - 3) + 2\,(x - 1) = 1$	h. $x - 2\,(3 - x) = 5$
i. $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x+1}{3} = 1$	j. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{3-2x}{5}$

5. \$100 is divided among David and Mary so that David has \$24 more than Mary. How much does Mary get?

6. Find three consecutive numbers so that their sum is 42.

連續 consecutive

7. 一個袋中有 \$5 及 \$2 硬幣共 50 枚，\$5 硬幣的總值比 \$2 硬幣的總值多 \$16。求 \$5 硬幣的數目。

8. A, B, C 三人合資購買價值 \$77 的禮物一件，每人所付出不同。 A 所付出爲 B 的 $\frac{1}{3}$ ，而 B 所付出爲 C 的 2 倍。求 B 付出多少。

9. 農曆新年時志文和志偉得到相同的壓歲錢。志文用去了\$100 而志偉也用了\$60，志文所剩的數目是志偉的 $\frac{3}{4}$ 。求二人所得的壓歲錢。	10. The perimeter of a rectangle is 64 cm. If the length is 2cm longer than the width, find the width of the rectangle. 周界 perimeter 長方形 rectangle

附 2.1 挑戰題

表示出一個兩位整數，其十位為 a，而個位數為 b。 ____________________

表示出一個帶分數，其整數份為 m，而分數部為 $\frac{2}{3}$。 ____________________

(即讀作“ m 又 3 分之 2”的分數。)

m 是一個單數，請表示出 m 之後的一個單數。 ____________________

附 2.2a

以多種方式將以下各式成 2 個代數式的積 (倒轉前後次序只算作一種表示式)：

$3ab = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad) = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad)$

$12a = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad) = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad)$

$ab^2 = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad) = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad)$

$-x^2 = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad) = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad)$

$\frac{2a}{3} = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad) = (\quad\quad) \cdot (\quad\quad)$

附 2.2b

以多種方式將以下各式成 2 個代數式的和 (倒轉前後次序只算作一種表示式)：

$5a = (\quad\quad) + (\quad\quad) = (\quad\quad) + (\quad\quad)$

$3ab = (\quad\quad) + (\quad\quad) = (\quad\quad) + (\quad\quad)$

$a + 2b = (\quad\quad) + (\quad\quad) = (\quad\quad) + (\quad\quad)$

$2a - b = (\quad\quad) + (\quad\quad) = (\quad\quad) + (\quad\quad)$

$-x = (\quad\quad) + (\quad\quad) = (\quad\quad) + (\quad\quad)$

附 2.3

在下列的各式的虛線上，也上「+」或「−」號，使等號的兩邊相等。

1. $(a$ ………… $b)$ ……………… $(a$ ………… $b)$ $= 2a$

2. $(a$ ………… $b)$ ……………… $(a$ ………… $b)$ $= 2a + 2b$

3. $(a$ ………… $b)$ ……………… $(a$ ………… $b)$ $= 2b$

4. $(a$ ………… $b)$ ……… …… $(a$ ………… $b)$ $= 0$

5. $(3a$ ………… $b)$ ……………… $(a$ ………… $2b)$ $= 2a + 3b$

6. $(3a$ ………… $b)$ ……………… $(a$ ………… $2b)$ $= 4a + b$

7. $(3a$ ………… $b)$ ……………… $(a$ ………… $2b)$ $= 2a - 3b$

8. $(3a$ ………… $b)$ ……………… $(a$ ………… $2b)$ $= 4a - b$

附 2.4 (交換律 和 結合律)

結合律

乘法結合律 $(a \times b) \cdot c = a \times (b \times c)$	加法結合律 $(a + b) + c = a + (b + c)$
在計算 $3 \times 4 \times 6$ 時，我們可採取以下兩種程序 1. $3 \times (4 \times 6) = 3 \times 24 = 72$ 或 2. $(3 \times 4) \times 6 = 12 \times 6 = 72$ 兩者必然得出同一結果。 這就是「乘法的結合律」。 代數中的連乘式當然也可以用得上這定律： 例如 $(a \cdot b) \cdot b = a \cdot (b \cdot b) = ab^2$	在計算 $3 + 4 + 6$ 時，我們可採取以下兩種程序 1. $3 + (4 + 6) = 3 + 10 = 13$ 或 2. $(3 + 4) + 6 = 7 + 6 = 13$ 兩者必然得出同一結果。這就是「加法的結合律」。 代數中的變數相加當然也可以用得上這定律： 例如 $(a + b) + b = a + (b + b) = a + 2b$

交換律

乘法交換律 $a \cdot b = b \cdot a$	加法交換律 $a + b = b + a$
從以往運算的經驗， 兩數 3 和 5 相乘的積，可以理解爲 $3 \times 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$ $5 \times 3 = 5 + 5 + 5 = 15$ 乘數和被乘數位置互換並不影響結果。 這就是「乘法的交換律」。 代數中的乘式當然也可以用得上這定律： 即 $(3a)(5) = 5(3a) = (3 \times 5)a = 15a$	從以往運算的經驗， 兩數 3 和 5 相加的和，可以理解爲 $3 + 5 = 8$ 或 $5 + 3 = 8$ 加數和被加數位置互換並不影響結果。 這就是「加法的交換律」。 代數中的變數相加當然也可以用得上這定律： 例如 $3 + b + 2 = 3 + 2 + b = 5 + b$

你認爲除法和減法都用得上交換律嗎？請解釋。

附 2.5

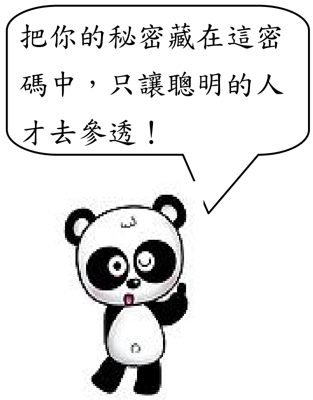
(I)　請檢查同學<u>張大文</u>化簡下列各式的答案是否正確？然後在適當的格內填上「**ü**」；若不正確，請替他更正。

1. $8x + 4x = 12x$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	2. $2\,(x + 3) = 2x + 3$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	3. $6x - x = 6$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿
4. $3x - 2 - 1 = 3x - 1$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	5. $4x - 5y + 3y = 4x - 8y$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	6. $(-1)\,(x + 8) = -x + 8$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿
7. $(2y)\,(2y) = 4y$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	8. $(2y)\,(3y) = 5y^2$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	9. $-5y - y = -4y$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿
10. $(-y)\,(+y) = 0$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	11. $-y + y = 0$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	12. $\frac{8x}{2x} = 4x$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿
13. $5x - (2x - 5) = 3x - 5$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	14. $3\,(2x + 5) = 6x + 5$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿	15. $-2\,(y + 5) = -2y - 10$ (　　) 正確 (　　) 不正確 更正：＿＿＿＿＿

附 2.6

代數方式是一種有效的方法將數量之間的關係表達，亦方便簡化和理解。試以代數方法解決以下問題：

猜生日：



(1)　在計算紙上寫上你的生日月份；

(2)　把這個數先加上5；

(3)　將結果再乘以20；

(4)　將結果減去50；

(5)　再乘以5；

(6)　最後請加上你生日的日數。

(7)　將結果告訴老師，一秒鐘就能猜到你的生日！

你也辦得到嗎？(我有個好朋友的生日藏於密碼 1267 之中，我該在何時爲他送上生日禮物？)

用代數表示，關係顯而易見!!

(a)以 m 代表月，依上述(1)至(5)的指示，寫成代數式；

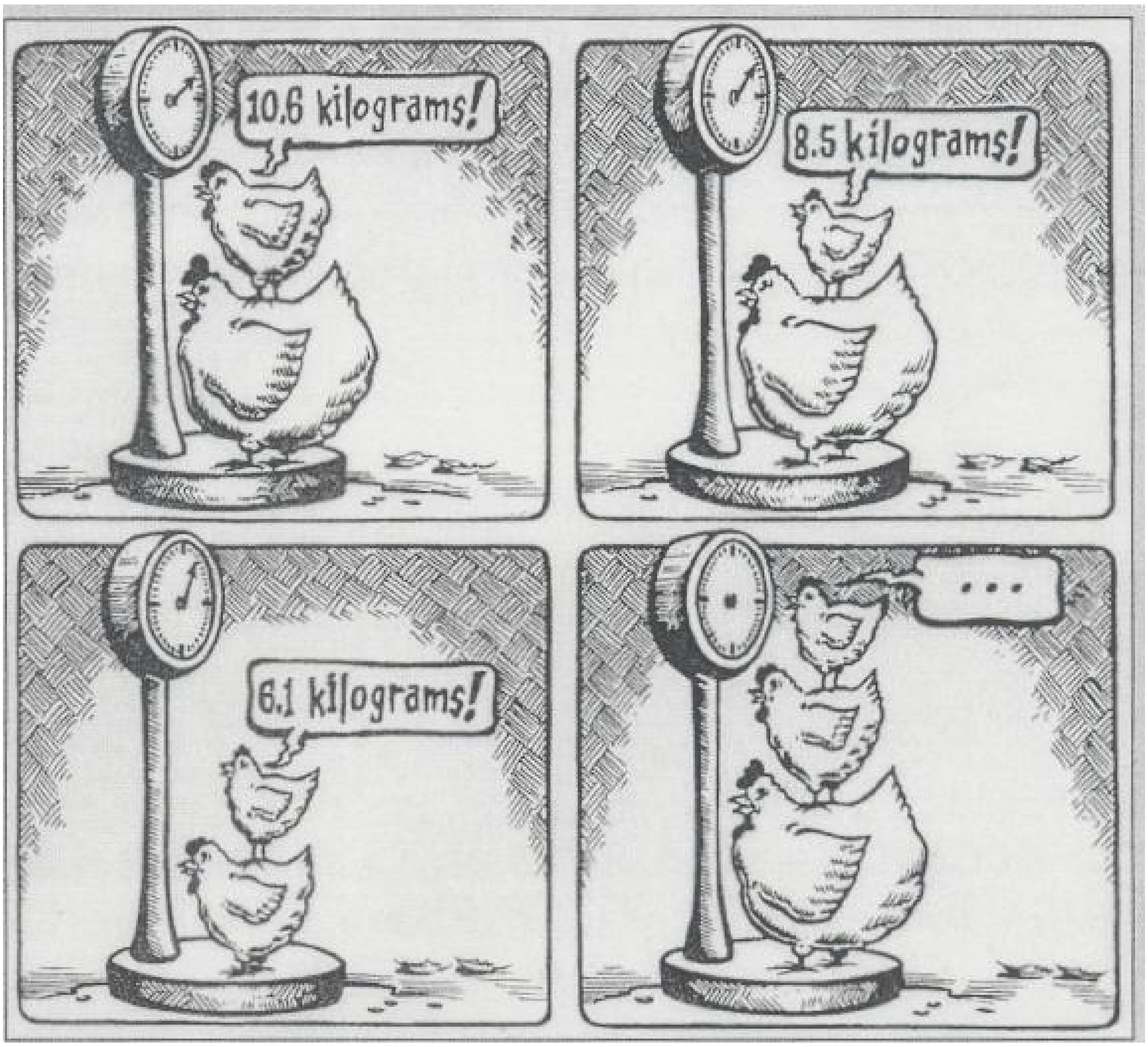
____

(b)　以 d 代表日，完成(5)的指示，完成並化簡代數式：

____

____

是否察覺化簡後的代數與 m 和 d 存在着簡單的關係？


10.6 kilograms!
8.5 kilograms!
6.1 kilograms!
...

附 2.8

<u>丟番圖的</u>墓誌銘(The epitaph of the great Greek mathematician Diophantus)

<u>丟番圖</u>是希臘數學家，在二次方程式有傑出的貢獻，並將希臘人已完成的代數成果加以匯集編目，被譽爲代數學的鼻祖。以下是希臘詩文選(The Greek anthology)，收錄了這位代數之父<u>丟番圖</u>(Diophantus，約西元 275 年)的墓誌銘。

從墓誌銘中，竟可推算了這數學家的壽命！

請你也用列方程的方法來算一算吧。

墳中安葬著丟番圖，
多麼令人驚訝，
它忠實地記錄了所經歷的道路。
上帝給予的童年占六分之一，
又過十二分之一，兩頰長鬍，
再過七分之一，點燃起結婚的蠟燭。
五年之後天賜貴子，
可憐遲到的寧馨兒，
享年僅及其父之半，便進入冰冷的墓。
悲傷只有用數論的研究去彌補，
又過四年，他也走完了人生的旅途。