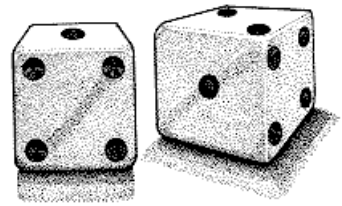
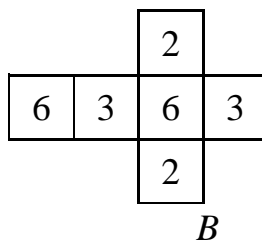
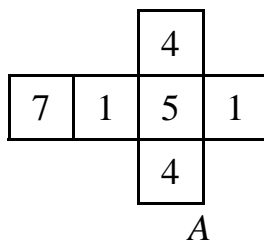


2005 小學數學競賽選拔賽決賽(二)試題

應用題 (考試時間 90 分鐘)

請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 10 分，共 120 分

1. 某種益智遊戲使用 A 、 B 二種特殊的正立方體骰子，各骰子每面出現的機會相等，其各面點數的安排如下正立方體展開圖所示：



小王擲一顆 A 骰子，小丁擲一顆 B 骰子，點數較大者勝，投擲非常多次以後，請問小王的勝算大還是小丁的勝算大？還是兩人一樣？

當 A 擲 7 一定勝 B ，擲 7 的機率為 $1/6$ ；當 A 擲 4, 5, 4 且 B 擲 2, 2, 3, 3 時勝 B ，其機率為 $(3/6) \times (4/6) = 1/3$ 。故 A 贏 B 的機率為 $(1/6) + (1/3) = 1/2$ ，所以兩人一樣

2. 一列火車通過 480 m 的隧道，用了 71 秒。當它通過長 2072 m 的大橋時，速度比通過隧時提高 $1/4$ ，結果用了 3 分 36 秒。請問火車車身的長度為多少 m？

88 m

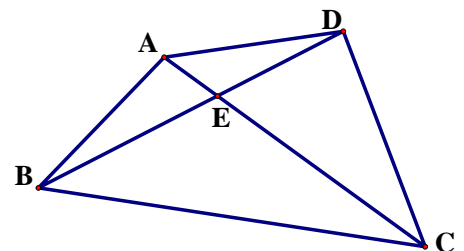
3. 有 A , B , C 三個人，每人戴一頂帽子，帽子上寫有一個數字，已知其中有一數為其他二數之和，每個人都可以看見其他人帽子上的數字但看不到自己帽子上的數字。他們都很聰明不會有誤失的推理，他們所說的話均為真並且會將當時所已經確知的事全部說出來。

A 說：「我不知我帽子上的數字。」

B 說：「我帽子上的數字是 10。」

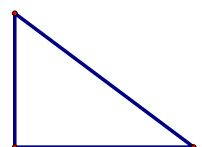
請問 C 帽子上的數字是多少？

因為 A 說不知則 B 不等於 C ； B 能肯定說出，顯然他看到 A 與 C 相同，都是 5



4. 四邊形 $ABCD$ 的二條對稱線相交於點 E 。已知 $AE=5$ cm， $ED=10$ cm， $CE=20$ cm， $BE=15$ cm， AED 之面積為 24 cm^2 ，請問四邊形 $ABCD$ 之面積為多少 cm^2 ？ 300 cm^2

5. 勾股定理：在直角三角形中，兩股平方和等於斜邊之平方，如圖中， $3^2+4^2=5^2$ 。已知有一個直角三角形的三個邊都是正整數，



且斜邊之長為 2005，請問其兩股長分別可能是多少？

$$2005^2 = (5 \times 401)^2 = (5^2 \times 401^2) = (4^2 + 3^2) \times 401^2 = 1203^2 + 1604^2$$

故兩股長可能為 1203 與 1604

6. 請問 360 的所有因數的乘積是多少？ $2^{36} \times 3^{24} \times 5^{12}$ 或 360^{12}

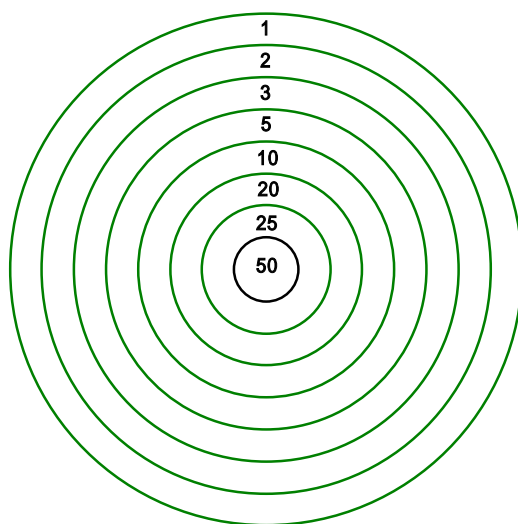
7. 有一個自然數 n ，若 n 能被 3 整除， $n+1$ 能被 5 整除， $n+2$ 能被 7 整除。請問在 1~1000 中，滿足上述條件的 n 有多少個？

n 可能為 54, 159, 264, 369, 474, 579, 684, 789, 894, 999 等 10 個數

8. 有一個人人在公路上駕駛，他突然發現車子的碼表顯示的里程數是 15951，剛好個迴文數（從前面讀起與從後面讀起都相同的數），行駛了二小時後，他發現碼表剛好又顯示另一個迴文數，如果車子的時速不得超過 100 公里，請問車速為每小時多少公里？ 55 公里

9. A、B、C 三人射飛鏢，每人射六鏢，結果如右圖每人都各得 71 分。A 首二鏢共得 22 分，C 首鏢得 3 分，請問射中鏢心得 50 分的人是誰？

A 射中 25, 20, 20, 3, 2, 1；B 射中 25, 20, 10, 10, 5, 1；C 射中 50, 10, 5, 3, 2, 1；故 C 射中鏢心



10. 將 10 個整數圍成一圈，它們的總和為 1。將任意 1 個數、2 個相鄰的數、3 個相鄰的數、.....、10 個相鄰的數分別用括號括起來，並將括號內的數的總和分別記下(共有 91 個數)，請問所有記下的 91 個數當中，最少有多少個正數？

除了取 10 個相鄰的數的括號外，其他的 90 個括號其元素一定成互補，某一個括號內的數的總和為正其互補括號內的數的總和一定非正；某一個括號內的數的總和為非正其互補括號內的數的總和一定正；因此這 90 個括號內的數的總和一定有 45 個正數，加上取 10 個相鄰的數的括號的一個，故共有 46 個。

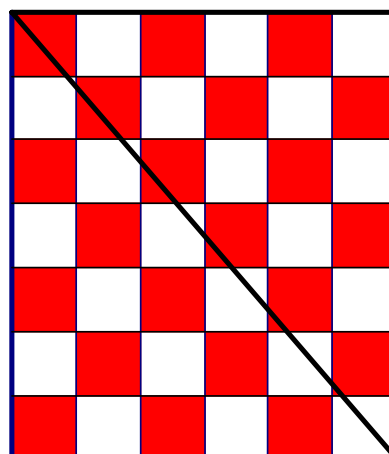
11. 如下左圖 5×5 棋盤上，有編號為 1, 2, ..., 25 的棋子，每次操作允許將兩個棋子對調位置，欲將所有的棋子依順序排好(即第一列由左至右依序放編號為 1, 2, 3, 4, 5 的棋子；第二列放編號為 6, 7, 8, 9, 10；.....)，請問至少要操作幾次？

7	24	10	19	3
12	20	8	22	23
2	15	25	18	13
11	21	5	9	16
17	4	14	1	6

依以下方

1-7, 7-20, 20-16, 16-11, 11-2, 2-24

式操；



作：

3-10,10-23,23-14,14-18,18-5；4-19,19-9,9-22；6-12,12-15,15-13,13-25；17-21。共19次。

12.將上右圖的 $7\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ 的方格表，依黑白相間方式塗色，然後沿著一條對角線把它切成兩塊。請問左下的三角形內塗上黑色的面積與塗上白色的面積相差多少 cm^2 ？

如圖作 AC 線段，則在三角形 ADC 內塗上黑色的面積等到塗上白色的面積，故所求即為求三角形 ABC 內塗上黑色的面積與塗上白色的面積相差多少 cm^2 ？

三角形 BDC 的面積為 21 cm^2 ；三角形 ABC 的面積為 3 cm^2

線段 AE 平行 DC ；根據三角形平行線定理得知 $AE=DC/7$ ；三角形 BAE 與三角形 BDC 相似，故三角形 BAE 的面積為三角形 BDC 面積的 $1/49$ 。即三角形 BAE 的面積為 $21/49=3/7$ 。

$AB=1$ ； $EF=7 \times (5/6) - 5 = 5/6$ ；三角形 BAE 與三角形 EFG 相似，故三角形 EFG 的面積為三角形 ABE 面積的 $25/36$ 。即三角形 EFG 的面積為 $(3/7) \times (25/36)$ 。

同理可知在三角形 ABC 內塗上黑色的面積總和為

$(3/7) \times [1 + (25/36) + (16/36) + (9/36) + (4/36) + (1/36)] = 13/12$ ；在三角形 ABC 內塗上白色的面積總和為三角形 ABC 的面積減去塗上黑色的面積總和 =

$3 - (13/12) = 23/12$ ；所以左下的三角形內塗上黑色的面積與塗上白色的面積相差 $(23/12) - (13/12) = 10/12 = 5/6\text{ cm}^2$

