



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

答題指引：

- 請填寫您的隊名。
- 隊際賽試題依照由易至難的順序安排，四名隊員可先利用 10 分鐘討論前 8 題及分配題目，每位學生至少要分得一題。然後分開各自作答，不可再交換題目或討論，答題時間 35 分鐘。四名隊員可一起利用 15 分鐘討論最後 2 題並合作解題。每題 40 分，第 1、4、5、6、9、10 題必須詳細填寫計算過程或證明，斟酌答題情況給部份分數；其他各題只需填寫答案。
- 答題時間：60 分鐘
- 不得使用任何計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 所有紙張在考試結束時要全部收回。

Traditional Chinese Version



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

1. 若最簡分數 $\frac{p}{q}$ 寫成小數形式為 $0.abababab\dots$ (這裏非負整數 a 、 b 可以相等，但至少有一個非零)。請問符合條件的分數中，不同的分子有多少個？

答案：_____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

2. 在下圖 8×8 方格表的 64 個小方格已填有一些數，請刪去一些方格內的數，使得同一行或同一列上未刪去的格子內均無相同的數。任兩個有共同邊的小方格不可以同時刪除，刪除的小方格要越少越好。

6	4	5	7	7	3	3	5
4	8	4	3	6	7	5	1
3	1	5	7	7	7	6	2
7	5	5	8	8	4	2	3
4	5	6	5	8	1	7	3
3	3	3	6	1	8	8	3
1	7	3	2	3	6	4	8
1	6	2	2	4	5	8	7

6	4	5	7	7	3	3	5
4	8	4	3	6	7	5	1
3	1	5	7	7	7	6	2
7	5	5	8	8	4	2	3
4	5	6	5	8	1	7	3
3	3	3	6	1	8	8	3
1	7	3	2	3	6	4	8
1	6	2	2	4	5	8	7

答案：_____

青少年數學國際城市邀請賽

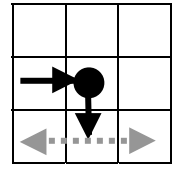
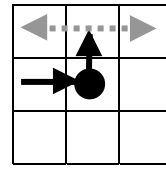
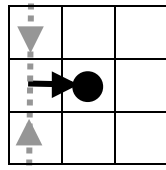
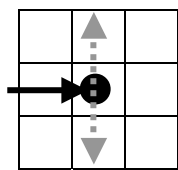
隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

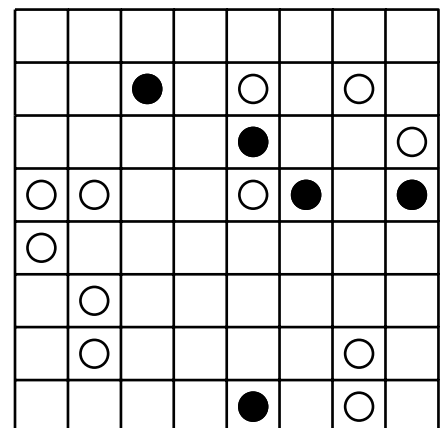
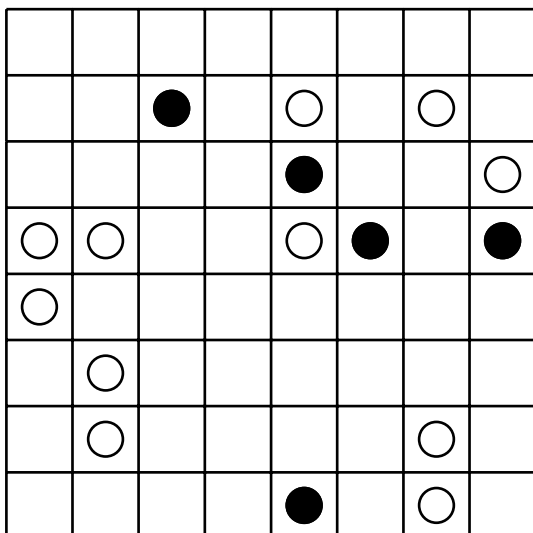
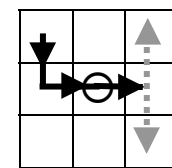
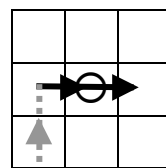
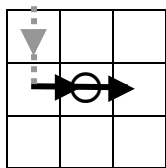
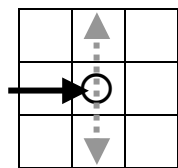
隊名：_____

得分：_____

3. 在下圖 8×8 的方格表中，繪出一條閉合的折線，使得
- (a) 此折線僅與小方格的邊平行或垂直，且不與自身相交；
 - (b) 此折線經過每個小方格至多一次，且必須經過所有標記有小圈的小方格，但不一定要經過沒標記的小方格；
 - (c) 此折線在每一個有黑圈的小方格處必須轉一個直角彎，但在黑圈之前與之後的一個小方格處不可以轉彎；



- (d) 此折線在經過有白圈的小方格之前或之後(或兩者)的一個小方格處，都必須轉一個直角彎，但在有白圈的小方格處都不可以轉彎。



答案：_____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

4. 當且僅當 $a_1 \leq a_2$ 、 $b_1 \leq b_2$ 、 $c_1 \leq c_2$ 時，長×寬×高為 $a_1 \times b_1 \times c_1$ 的長方體箱子可以套入長×寬×高為 $a_2 \times b_2 \times c_2$ 的長方體箱子內。請問在長×寬×高為 $a \times b \times c$ (其中 a 、 b 、 c 為整數且 $1 \leq a \leq b \leq c \leq 5$) 的長方體箱子中，最多可以挑選出幾個箱子，使得沒有一個箱子能夠套入其它某個箱子內？

答案：_____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

5. 黑板上原本寫有 0, 1 與 4 三個數，針對黑板上的數進行操作：每次操作都可以從黑板上任意挑選兩個數，然後在黑板上添加一個新數 $c = ab + a + b$ 。經過若干次操作後，請問黑板上出現不小於 2008 之最小的數是什麼？

答案：_____

青少年數學國際城市邀請賽

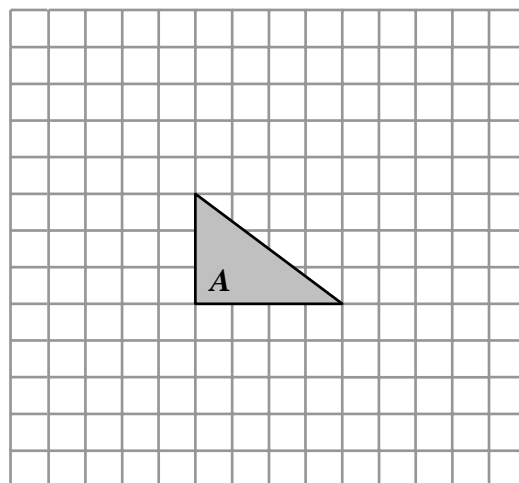
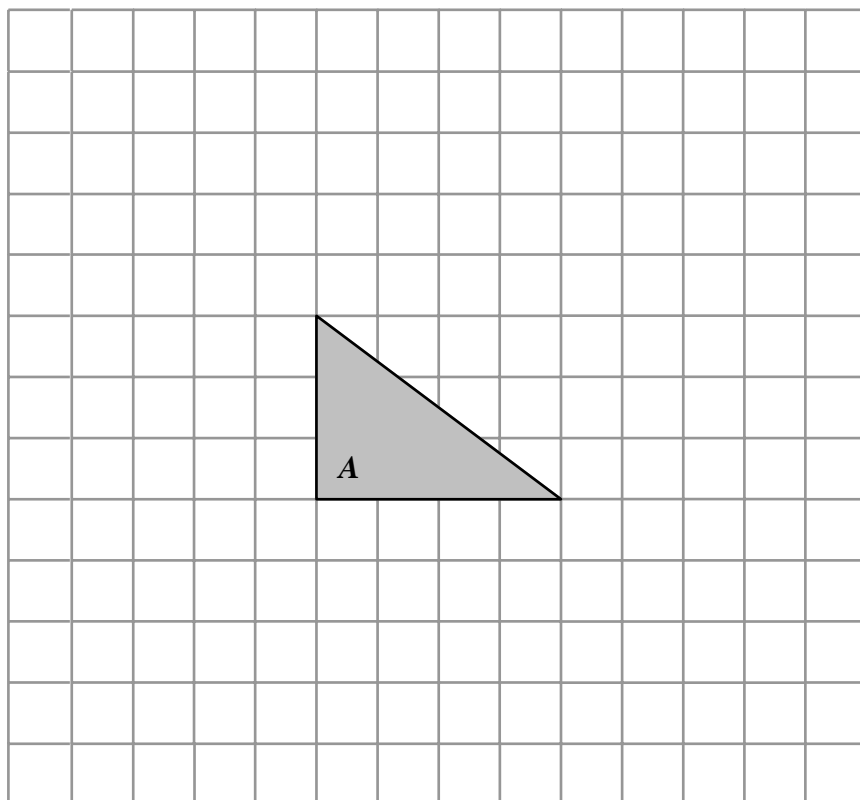
隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

6. 如圖，在正方形網格中畫有一個不等腰的直角三角形 A 。若再貼上一個三角形 B ，使所得的圖形是等腰三角形，但要求三角形 B 與三角形 A 除了有一條公共邊重合外，沒有其它的公共點。請問符合條件的三角形 B 有多少個？並請在圖上標出三角形 B 的第三個頂點之位置。



答案：_____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

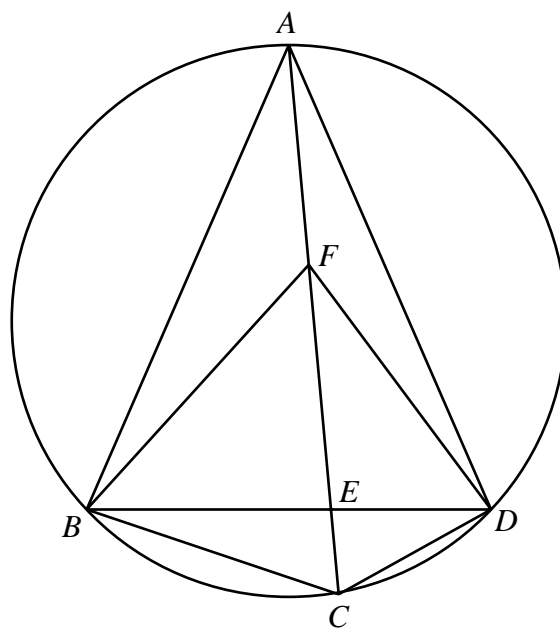
隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

7. 如圖，四邊形 $ABCD$ 內接於圓， $AB=AD$ 且其對角線交於點 E ，點 F 在線段 AC 上使得 $\angle BFC = \angle BAD$ 。若 $\angle BAD = 2\angle DFC$ ，請問 $\frac{BE}{DE}$ 之值是什麼？



答案：_____

青少年數學國際城市邀請賽

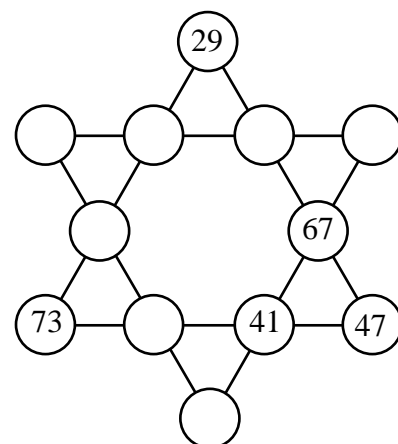
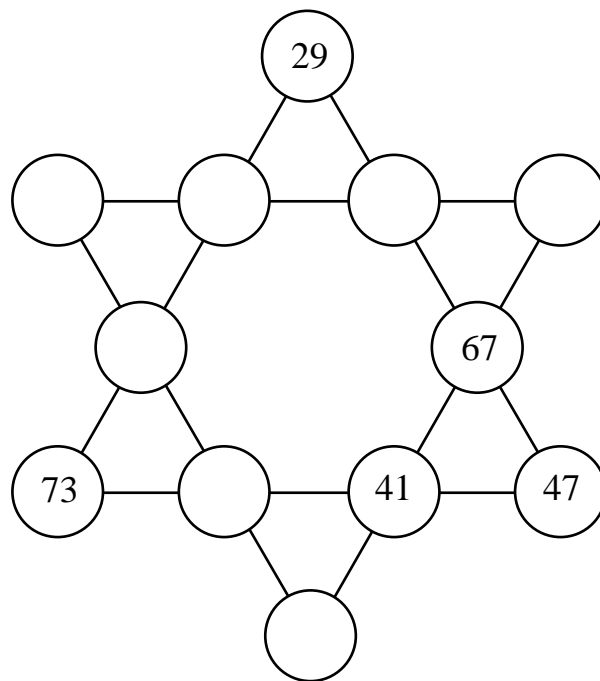
隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

8. 魔法六角星的每條直線邊上的四個數字之和都相等。下圖的魔法六角星中的 12 個數都是質數，其中所給出的 5 個數中包含了其中的最大數和最小數。請完成此魔法六角星。



答案：_____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

9. 在九枚外觀均相同的金幣中，其中有一枚的重量為 a ，有七枚的重量為 b ，最後一枚的重量為 c ，且 $a < b < c$ 。用沒有刻度的兩臂天平，請給出秤四次即可判定 $a+c < 2b$ 、 $a+c = 2b$ 或 $a+c > 2b$ 的方案。

答案：_____



International Mathematics Competition 2008 (IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____

得分：_____

10. 已知 n 為正整數，使得 $1 + n + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 2^k$ ，其中 k 是正整數。

請問所有可能的 n 值之總和是多少？

答案：_____