

高雄市第一屆青少年數學國際城市邀請賽(KIWYMIC-1)
個人筆試試題

時間：二 小 時

第一部分、填充題共十二小題，每小題 5 分（請將各題正確的答案寫在答案卷對應題號的空格內，不必列出過程。）

1. 千位數字是 3 的所有四位數中正好有兩個數字相同，例如：3445, 3231等，總共有 _____ 個。
2. 設 a 是 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中的一個數。若 a^n 的十位數字恆為偶數，對於所有自然數 n 均成立時，則 a 的可能值為_____。
3. 如下圖所示，共有 _____ 個正方形。
4. 化簡 $1999^2 - 1998^2 + 1997^2 - 1996^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1^2 =$ _____。
5. 已知： $a^2 = 7 - 3a$, $b^2 = 7 - 3b$, 且 $a \neq b$, 則 $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2} =$ _____。
6. 設有一數 $a = 12233344445 \cdots 788888888999999999$ 則 a 除以 9 之餘數為 _____。
7. 在 $1^2, 2^2, \cdots, 1999^2$ 這些數中十位數字為奇數的數共有 _____。
8. 將一個六位數分別乘以 2, 3, 4, 5, 6 後得到的數還是原來的六位數的數字所組成，只是改變了原來數字排列的位置，則此數為 = _____。
9. 如下圖，則 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d =$ _____。

10. 設 P 為 $\triangle ABC$ 內部的一點且 \overline{AD} , \overline{BE} , \overline{CF} 相交於 P , 其中 D, E, F 分別在邊 \overline{BC} , \overline{AC} , \overline{AB} 上如圖所示。若 $\overline{AP}=\mathbf{a}$, $\overline{DP}=\overline{EP}=\overline{FP}=\mathbf{d}$, $\overline{BP}=\mathbf{b}$, 及 $\overline{CP}=\mathbf{c}$, 且 $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=34$, $\mathbf{d}=2$, 則 $\mathbf{abc} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 有一幢建築物高 60 公尺，其在白天某一時刻的影子長為 40 公尺；此建築物的頂樓插一旗桿，此旗桿長為 2 公尺。今在同一時間時，則旗桿的影子長為 公尺。

第二部分、計算證明題共三題（請寫在答案卷對應題號內，須詳列出計算證明過程）

1. 試問 1999 是否可以表成 $1999 = m^2 - n^2$ ，其中 m, n 為整數？若是可以，試求出 m, n 的值；若不能，須說明理由。
2. 試問是否可能用 15 個 L 字型的圖形及 1 個田字型的圖形（如圖 (1)）來蓋滿 8×8 的正方形棋盤？請說明理由。

高雄市青少年數學國際城市邀請賽(KIWYMIC-1) 隊際活動賽試題

校名：_____ 國中 姓名：_____

競賽規則：(1).隊員間可輕聲互相討論。

(2).經由監考人員許可中途可上廁所，但不得與他人交談。

(3).考試結束後所有材料、用品、試題不得攜出考場。

(4).請將答案寫在試題紙上。

第一題、 a. 試將一個正方形分割成 **1999** 個小正方形，這些小正方形大小可以不等；須列出解題過程並說明理由。

b. 試將一個等邊三角形分割成 **1999** 個沒有重疊部份的小三角形，這些小三角形大小可以不等；須列出解題過程並說明理由。

第二題、自 **1** 至 **10000** 這 **10000** 個正整數中找出 **1999** 個正整數來，使得它們的倒數的總和是 **1**（須說明理由）。

- 第三題、
- a. 有一長方形的長與寬分別為 **32** 公分與 **18** 公分，試問是否可將此長方形分割成兩個部份後重拼成一正方形？若可以，須有作圖痕跡並說明理由；若不能，請說明理由。
 - b. 有一長方形的長與寬分別為 **15** 公分與 **12** 公分，試問將此長方形至少分割成多少個部份後可重拼成一正方形？須有作圖痕跡並說明理由。
 - c. 試問任意三角形是否能經由切割後再拼成一正方形？須有作圖痕跡並說明理由。
 - d. 試問任意八邊形是否能經由切割後再拼成一正方形？須有作圖痕跡並說明理由。

第四題、 已知有下列紙張上寫有整數 $1, 3, 5, \dots, 99$.

a. 請製作出這些數字卡 $1, 3, 5, \dots, 99$.

b. 利用這些數字卡