

高雄市第二屆青少年數學國際城市邀請賽
高雄市數學競賽實作（一）

時間：二 小 時三十分

第一部分：填充題，第一題至第十題每小題 5 分，第十一題 10 分

（請將各題正確的答案寫在答案卷對應題號的空格內。）

1. 設 m 與 n 為方程式 $x^2 + mx + n = 0$ 的二根，其中 $m \neq 0, n \neq 0$ ，則方程式 $x^2 + mx + n = 0$ 的兩根中最大者為 _____。
2. 已知 $24 \cdot X$ 是完全平方數，且 $126 \cdot X^2$ 是完全立方數，其中 X 是正整數，則所有可能的 X 值中最小者為 _____。
3. 設 a, b, c 為整數， $a \neq 0$ 且 $a \neq c$ ，若把分數 $\frac{b}{a}$ 的分子與分母同時加上 x 後，分數的值變成 $\frac{a}{c}$ ，則 $x =$ _____。（以 a, b, c 表之）
4. 設 $(2^{48} - 1)$ 恰可被兩個介於 60 與 70 之間的正整數所整除，則此兩正整數中最大者為_____。
5. 設 a_n 表示 3^n 的個位數字，則 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2000}$ 的值為 _____。
6. 用 1, 2, 3, ..., 9 這九個數字去構造若干個質數，每個數字都要用且只能用一次，那麼共有_____組解法。
7. 已知一等腰三角形的底邊長為 6, 若此三角形的兩腰上的中線互相垂直，則此等腰三角形的面積為 _____。
8. 已知 $S = \frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \cdots + \frac{1}{2000}$ ，則 $\frac{1}{S}$ 的整數部分為 _____。
9. 若 $A = \left(\frac{-4a}{3+a} - \frac{\sqrt{2-|a|} + \sqrt{|a|-2}}{2-a} \right)^{2000}$ 為整數，其中 a 為實數，則 A 的個位數字是_____。
10. 用 100 元兌換成面值 1 元、5 元、10 元和 50 元硬幣若干個，則有 _____ 種不同的兌換方法。
11. 已知圓內有兩條互相垂直之弦，若其中一弦被分成兩線段長為 a 與 b ，另一條弦被分成兩線段長為 c 與 d ，其中 a, b, c, d 皆為正數，則此圓之直徑為 _____。（以 a, b, c, d 表之）

高雄市第二屆青少年數學國際城市邀請賽
高雄市數學競賽實作（二）

第二部分：計算證明，每小題 15 分（注意：須詳列過程及說明理由）

1. 已知一個八邊形 $ABCDEFGH$ （頂點依順時針方向分別為 A, B, C, D, E, F, G, H ），如果此八邊形的八個內角都相等，且邊長 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 2\sqrt{2}$, $\overline{CD} = 1$, $\overline{DE} = 3\sqrt{2}$, $\overline{EF} = 2$, $\overline{FG} = 3\sqrt{2}$, 試求此八邊形的周長。
2. 已知兩正方形的邊長分別為 4 公分和 2 公分，
 - (1). 試問如何將此二正方形作適當的切割後重拼成一個大正方形？並求此大正方形的邊長。
 - (2). 試問如何將邊長為 4 公分的正方形切割成四塊，再與邊長為 2 公分的正方形來拼在一起，使這五塊圖形組成一個大正方形？
3. 如圖， $ABCDEFGH$ 是邊長為 2 公分的正方體，點 M, N, P, Q 分別為邊 $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{HE}$, 與 \overline{EF} 的中點，試求四邊形 $MNPQ$ 的面積。
4. 用 $1, 2, 3, \dots, 9$ 這九個數字組成一個四位數，一個三位數與一個兩位數，每個數字只允許用一次，使這三個數的和是 2700，試問共有幾種組合方法？