

第三屆青少年數學國際城市邀請賽選拔決賽

個人筆試試題

校名：_____ 年級：_____ 編號：_____ 姓名：_____

計算證明題共四題，每題 25 分。考試時間：2 小時。（請將解答寫在答案卷中，須列出計算、證明之過程，部份解答給部份成績）

1. 證明在平面上以格點為頂點的三角形面積等於 $I + \frac{1}{2}B - 1$ ，其中 I 表示三角形內部的格點數； B 表示三角形邊界上的格點數。
2. n 及 a_1, a_2, \dots, a_n 均為正整數，若 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1000$ ，求乘積 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$ 之最大值，及在此時 n 之最小值。
3. 已知 a, b, c 都是奇數，證明方程

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{沒有有理根。}$$

4. 邊長為 1 的正方形內部任意取 5 點，證明一定有二點之距離小於 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

第三屆青少年數學國際城市邀請賽選拔決賽

隊際操作試題


校名：_____ 年級：____ 編號：_____ 姓名：_____

競賽規則：(1)隊員間可輕聲互相討論，**考試時間：1 小時**。

(2)經由監視人員許可途中可上廁所，但不得與他人交談。

(3)考試結束後所有材料、用品、試題不得攜出考場。

(4)請將答案寫在試題紙上。

第一題：試利用 21 片相同的 P 形五方塊  拼成一個 15×7 的長方形。

第二題：在第一題拼題活動若將其中一片 P 形五方塊換成其它一片不同 形狀
的五方塊(即 20 片 P 形的五方塊再加上其它一片五方塊)，仍可拼成 15×7
的長方形。有那些能作到？