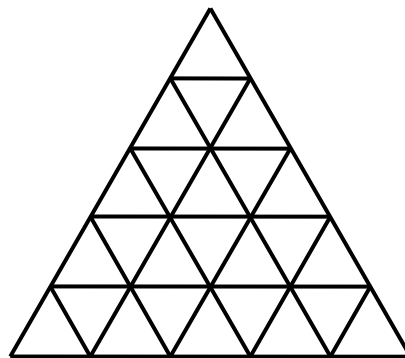
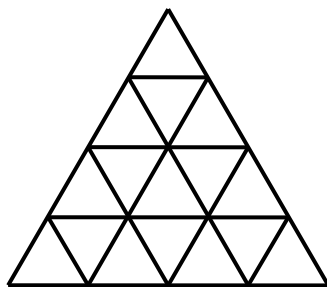


2008 小學數學競賽選拔賽決賽(一)試題

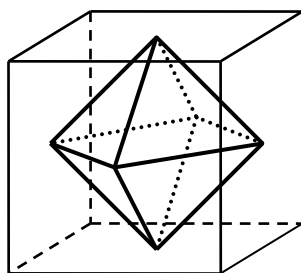
第一試 應用題 (考試時間 90 分鐘)

◎ 請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 10 分，共 120 分

1. 有一個五位數 $\overline{a679b}$ ，它可被 72 整除。請問 $a^2 + b^2$ 等於多少？
2. 下左圖中共有 27 個三角形：16 個小三角形、7 個邊長為 2 單位的三角形（包括一個倒立的）、3 個邊長為 3 單位的三角形、1 個邊長為 4 單位的三角形。請問下右圖中共有多少個三角形？

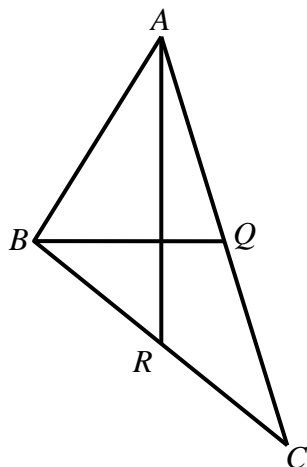


3. 數 89 之數碼和為 17。請問 1、2、3、...、2008 這 2008 個數之數碼和的總和為多少？
4. 連接正立方體各面的中心構成一個正八面體（如圖所示）。已知正立方體之邊長為 12cm，請問正八面體之體積為多少 cm^3 ？



5. 在十進制中，有兩個二位數 \overline{aa} 、 \overline{bb} 。若 $(\overline{aa})^2 + (\overline{bb})^2 = \overline{aabb}$ ，請問 \overline{aabb} 之值是什麼？
6. 用長度為 2、4、4、10、22 及 37 的六根木棒（木棒要全用上），可以組成多少個不同的等腰梯形？（兩組等腰梯形的四個邊長對應相等視為相同）

7. 三角形 ABC 中，線段 \overline{AR} 、 \overline{BQ} 分別是 \overline{BC} 、 \overline{AC} 邊上的中線，且 \overline{BQ} 與 \overline{AR} 互相垂直，如圖所示。已知 $\overline{AC} = 8$ 、 $\overline{BC} = 6$ 。請問 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$ 等於多少？



8. 在 100 張卡片上不重複地編上 1~100，至少要隨意抽出幾張才能保證所抽出的卡片上的數之乘積可被 12 整除？
9. 有 n 個大於 10 的連續正整數，它們的各位數碼和都不可以被 5 整除。在 n 為最大值的情況下，這 n 個連續正整數總和的最小值是什麼？
10. 在一個正十七邊形內部有 10 個點，將這 10 個點及 17 個頂點以線段任意連接，但任意二條線段除了端點以外沒有其它的交點，則此正十七邊形最多可被分割成幾個小三角形？
11. 老王現年不超過 60 歲，他有九個小孩。老王發現今年自己年齡的平方正好等於這九個小孩的年齡的平方之總和（所有人的年齡都是正整數），且小孩們的年齡都不相同且正好成等差數列。請問老王今年幾歲？
12. A、B、C、D、E、F、G 七個人都各有一些珠子。從 A 開始依序進行以下之操作，每次都分給其他六個人與他們當時手中現有珠子數量一樣多的珠子。當 G 操作後，每個人手中都恰各有 256 顆珠子，請問 D 原先有多少顆珠子？

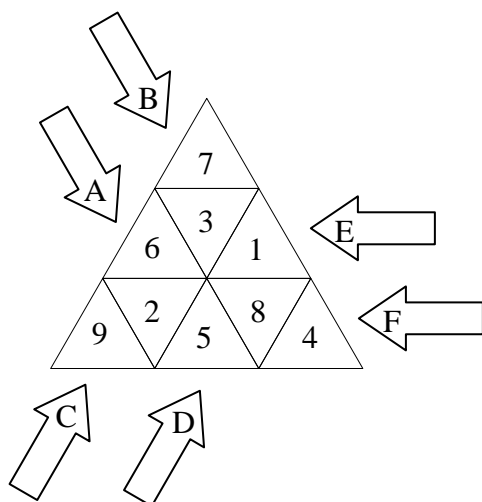
2008 小學數學競賽選拔賽決賽(一)試題

第二 試: 綜合能力測驗 (考試時間 60 分鐘)

_____縣市_____國民小學__年級 編號: _____姓名: _____性別: _____

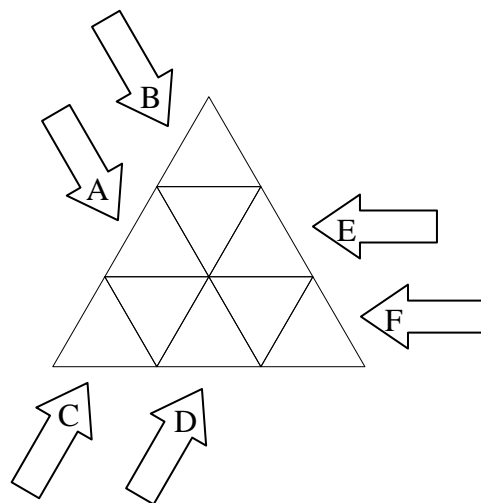
請將答案填入考卷中對應題號的空位內, 第 1、2、3 題必須詳細寫下想法或理由, 每題 25 分, 共 100 分。

1. 將 1、2、3、...、8、9 不重複地填入下圖的每個小正三角形內, 箭號 A、B、C、D、E、F 是指在此箭號所經的直線上所有小正三角形內的數之乘積。例

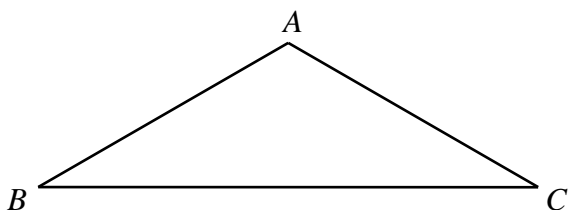


$$\begin{aligned}
 A &= 6 \times 2 \times 5 = 60 \\
 B &= 7 \times 3 \times 1 \times 8 \times 4 = 672 \\
 C &= 9 \times 2 \times 6 \times 3 \times 7 = 2268 \\
 D &= 5 \times 8 \times 1 = 40 \\
 E &= 1 \times 3 \times 6 = 18 \\
 F &= 4 \times 8 \times 5 \times 2 \times 9 = 2880 \\
 A+B+C+D+E+F &= 5938
 \end{aligned}$$


請找出一種填入方法, 使得 $A+B+C+D+E+F$ 之值最小。請問 $A+B+C+D+E+F$ 之最小值是多少?



2. 三角形 ABC 中, $\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$ 。請將三角形 ABC 切為 5 個都與三角形 ABC 相似的三角形, 並證明您的切法符合要求。



3. 有三位賭客與一位莊家對賭，遊戲規則如下：賭客每次每人各投注 1 元，每一位賭客面前各有標記 1、2、3、...、10、11、12 的十二張牌（號碼朝下使賭客看不見號碼），賭客任抽一張給莊家，賭客不可以看自己牌上的號碼，而莊家則依照賭客所抽牌上的號碼拿一頂貼有此號碼的帽子戴在賭客的頭上，賭客可看見所有其他人帽子上的號碼，但看不見他們自己帽子上的號碼。在每位賭客面前都有三個按鈕：奇數、偶數及 PASS 不猜，每位賭客可自由選擇猜自己的牌是奇數或偶數，也可以選擇 PASS 不猜。賭客之間彼此不得互相交談，也不得知道別人猜什麼或不猜。如果三位賭客全按 PASS 不猜或有任一人猜錯，則沒收全部賭資；若至少有一位賭客猜，且猜的人全部都猜對，則莊家賠給每位賭客 1 元。請問這三位賭客有沒有辦法在事先約定一個數學策略，使得他們獲勝的機會保證
- (i) 不小於 50%？（10 分） (ii) 不小於 75%？（15 分）

4. 12 個外形如  的外星人造訪地球，藏身在右圖中。請找出他們，並把他們塗色或用粗筆圈起來（不得使用紅色筆）。每正確找到一隻得 2 分，每錯誤一個倒扣 2 分直到 0 分為止，全部找到共得 25 分。

