

International Youth Mathematics Contest 2007

Hongkong Elementary Mathematics International Contest (HEMIC)

隊際賽(Team Competition)

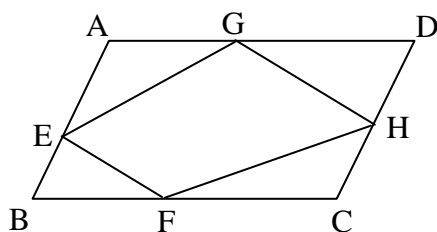
答題時間：90 分鐘

Hong Kong : 29 July – 2 August 2007

答題指引：

- 請在答案紙上填寫您的隊名及每位隊員的姓名、編號。
- 所有題目都允許四位隊員互相討論合作解題。
- 請將答案填寫在答案紙上。
- 共 10 題，題目依照由易至難排列，答案僅須填寫**數值**即可。
- 每題 20 分，總分 200 分。
- 若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。
- 若計算時有必要，取值 $\pi = 3.14$ 。
- 不得使用任何計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 所有紙張在考試結束時要全部收回。

1. 在A市與B市之間的道路是一段上坡路與一段下坡路。有一輛車上坡時的速度為 20 km/hr，下坡時的速度為 35 km/hr。已知從A市到B市需時 9 小時，從B市到A市只需 7.5 小時。請問從A市到B市的下坡路段的長度為多少km？
2. 道路的一側從1號開始編上連續奇數的號碼，另一側則從2號開始編上連續偶數的號碼。已知在編上奇數號的一側共使用404個數字(digit)，在編上偶數號的一側共使用256個數字(digit)，請問這條道路上編號最大的奇數與編號最大的偶數之差為多少？
3. 平行四邊形 $ABCD$ 之面積為10，若 $AB=3$ ， $BC=5$ ， $AE=BF=AG=2$ ， GH 平行於 EF ，如下圖所示。請問四邊形 $EFHG$ 的面積為多少？



4. 請求出二個最小的正整數滿足以下條件：
 - (1) 這兩個正整數之差為 3；
 - (2) 對每一個正整數而言，它的各位數字和都可被 11 整除。
5. 將兩個相異的二位數的質數合併可以組成一個四位數，例如將13和17合併可組成四位數1317和1713。用此方法組成的四位數中，某些數可以被組成它的兩個質數的平均數整除。請找出任何一個滿足上述條件的四位數。(請注意：上面所給出的例子中，1317和1713並未滿足所要求的條件，因為它們不可被15整除)
6. 請問 $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{15} + 2^{16}$ 的值共有多少個質因數？
7. 一枝鉛筆、一個橡皮擦及一本筆記的總價為100元。一本筆記的價格大於兩枝鉛筆的價格，三枝鉛筆的價格大於四個橡皮擦的價格，三個橡皮擦的價格大於一本筆記的價格。若這三種物品的單價都是正整數元，請問這三種物品的單價分別為多少元？

8. 有八組正整數數對滿足以下條件：

數對中的二個數之和與差的乘積為 1995。

請問在這八組數對中，哪一組數對的兩個數之差最大？

9. 一塊 $52\text{ m} \times 24\text{ m}$ 的矩形田地，它的外圍已經用籬笆圍住。一位農技專家想在這塊田地的內部用籬笆將它分隔成許多全等的小正方形以進行實驗，小正方形的各邊必須平行於矩形田地的各邊。已知他共使用 1172 m 長的籬笆來分隔，請問他最多可以圍出多少個小正方形？

10. 將 270 表示為二個以上的連續正整數之和，請問共有多少種不同的方法？

~ End of Paper ~