

International Mathematics Tournament of Towns

環球城市數學競賽

2008 秋季賽 國中組 初級卷

※每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。

1. 有十個盒子，盒內各裝有不同數量的彩色筆。在同一盒子內任兩枝筆的顏色都互不相同。試證保證可以從每個盒子內各挑選一枝彩色筆使得所挑選出的筆之顏色都互不相同。(三分)
2. 由 $1, 2, 3, \dots, 50$ 中挑選出二十五個數，從 $51, 52, 53, \dots, 100$ 中也挑選出二十五個數。已知所挑選出的數中任兩個數之差都不等於 0 或 50。請問所挑選出的這五十個數之和是多少？(三分)
3. 三角形 ACE 內接於半徑為 2 的圓內。試證恆可以在弧 CE 上找出一個點 D 、在弧 EA 上找出一個點 F 、在弧 AC 上找出一個點 B 使得六邊形 $ABCDEF$ 的面積之數值等於三角形 ACE 的周長之數值。(四分)
4. 有三個相異正整數構成一個等差數列，請問這三個數的乘積是否可以等於 a^{2008} (其中 a 為正整數)？(四分)
5. 在一條直線的跑道上有數名運動員，每位運動員都以互不相同的勻速跑步。他們由跑道的一端同時出發，當他們抵達跑道另一端時立即折返繼續跑。已知出發後某一個時刻這些運動員全都相遇於某個點，試證這樣的情況將會再度發生。(四分)

《成績是取最高得分三題的總和，考試時間四小時。》