

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

中級卷

1-10 題，每題 3 分

1. 將 2017 除以 5 所得的餘數為

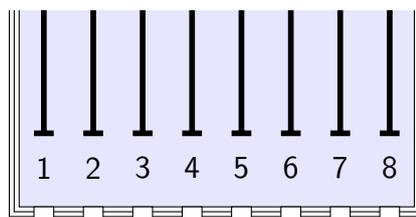
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
-

2. A、B、C、D、E、F、G、H 這八位小孩在游泳池進行游泳比賽。

將他們隨意地分配到 1 號至 8 號水道。

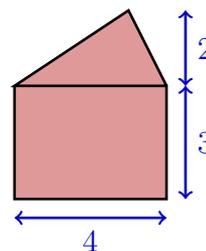
請問是 F、G 或 H 被分配到 1 號水道的機率是什麼？

- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{5}{3}$ (E) $\frac{1}{3}$



3. 請問圖中陰影部分的總面積為多少平方單位？

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

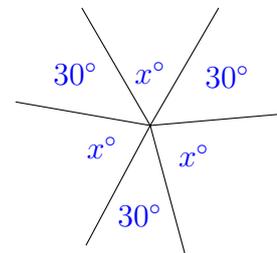


4. 1 的 1000% 等於

- (A) 0.1 (B) 1 (C) 10 (D) 100 (E) 1000
-

5. 在圖中總共有六個角，其中有三個角的角度都等於 30° ，而另三個角的角度都等於 x° 。請問 x 之值是多少？

- (A) 70 (B) 60 (C) 90 (D) 120 (E) 100



6. 請問下列哪一個選項中的分數最大？

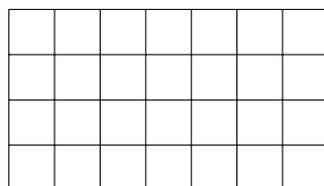
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{13}{42}$ (C) $\frac{21}{43}$ (D) $\frac{4}{123}$ (E) $\frac{14}{23}$
-

7. 小艾玩文字遊戲。每撥動老爺鐘一下，她就將兩個字母互換位置。請問她最少要撥動幾下老爺鐘才能將 WORDS 變成 SWORD？

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

8. 請問有多少種方法可以將一個 3×1 的矩形放置在這個方格表內使得它可以完整地蓋住三個小方格？

(A) 34 (B) 28 (C) 56
(D) 40 (E) 10



9. 假設 $3a = 4$ 且 $9b = 7$ ，則 $18(a + b)$ 之值等於

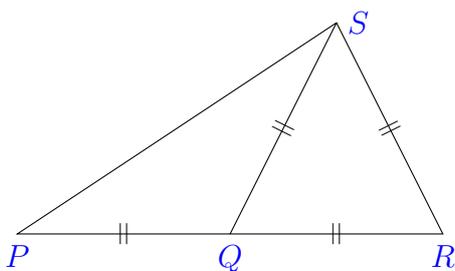
(A) 38 (B) 75 (C) 198 (D) 132 (E) $\frac{22}{3}$

10. 小麥每天都會收到一些電子郵件。在星期五，他注意到連續這五天裡，每天收到的電子郵件數量都是大於 20 的相異質數。請問他在這五天內總共至少收到多少封電子郵件？

(A) 125 (B) 139 (C) 157 (D) 161 (E) 175

11-20 題，每題 4 分

11. 在三角形中，已知 $PQ = SQ = SR = QR$ ，如下圖所示。



則比例 $\angle PSR : \angle PQS$ 等於

(A) 1:1 (B) 1:2 (C) 1:3 (D) 2:3 (E) 3:4

12. 一個矩形游泳池的長為 50 m、寬為 20 m。這游泳池被分割為十條水道，每條長為 50 m、寬為 2 m，並依序編號為 1 號至 10 號。

當我沿著其中一條水道的中線游完單程後，沿著游泳池邊走回原出發點時，我注意到我所走的長度比我游泳的長度還多 20%。

請問下列哪一個選項可能是我所游的水道編號？

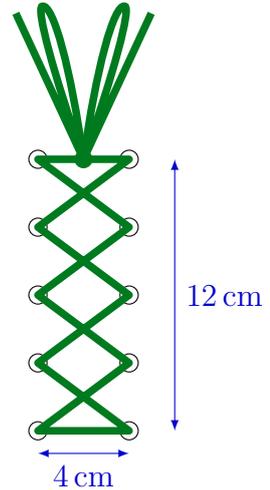
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

13. 一張正方形的桌面被全等的單位正方形瓷磚不重疊地鋪滿，且兩條對角線上總共有 25 塊瓷磚。
請問這個桌面上總共有多少塊瓷磚？
- (A) 625 (B) 269 (C) 425 (D) 225 (E) 169

14. 小葛的鞋子有 5 對鞋孔可綁鞋帶，相對的鞋孔之間的距離為 4 cm 且每一側第一個與最後一個鞋孔之間的距離為 12 cm。
小葛依如圖所示的方式綁鞋帶，且鞋帶打結的部分之長度為 40 cm。

請問下列哪一個選項最接近這條鞋帶的長度？

- (A) 60 cm (B) 70 cm (C) 80 cm
(D) 90 cm (E) 100 cm

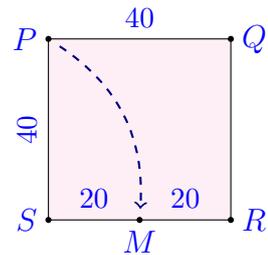


15. 算式

$$\sqrt{20 - \sqrt{14 + \sqrt{5 - \sqrt{1}}}}$$

的值最接近於

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
16. 有一張 $40\text{ cm} \times 40\text{ cm}$ 的正方形紙片 $PQRS$ 。將左上角的頂點 P 往下摺使其與底邊 RS 的中點 M 重合而得到一條摺痕。請問這條摺痕與紙張右側的邊 QR 相交於何處？
- (A) 交於點 Q (B) 距離點 Q 的 5 cm 處
(C) 距離點 Q 的 10 cm 處 (D) 距離點 Q 的 20 cm 處
(E) 沒有交點

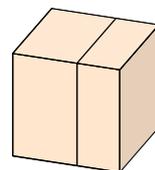


17. 已知數 18、 p 、13、 q 、15、 r 、7 的平均值為 11，則 p 、 q 、 r 的平均值為
- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 12
18. 已知對於所有的 a ，等式 $a(a^9 - a^8) + a^9 = a^x$ 都成立，則 x 的值为
- (A) 0 (B) 1 (C) 8 (D) 9 (E) 10

19. 從 0 到 9 的十個數碼都各恰使用一次可構成兩個五位數。請問這兩個五位數之差的最小可能值是多少？
- (A) 1 (B) 9 (C) 99 (D) 247 (E) 315

20. 將一個表面積為 X 的正立方體切為兩個長方體，其中一個長方體的表面積為 $\frac{1}{2}X$ 。請問另一個長方體的表面積是多少？

- (A) $\frac{1}{4}X$ (B) $\frac{1}{2}X$ (C) $\frac{2}{3}X$ (D) $\frac{3}{4}X$ (E) $\frac{5}{6}X$



21-25 題，每題 5 分

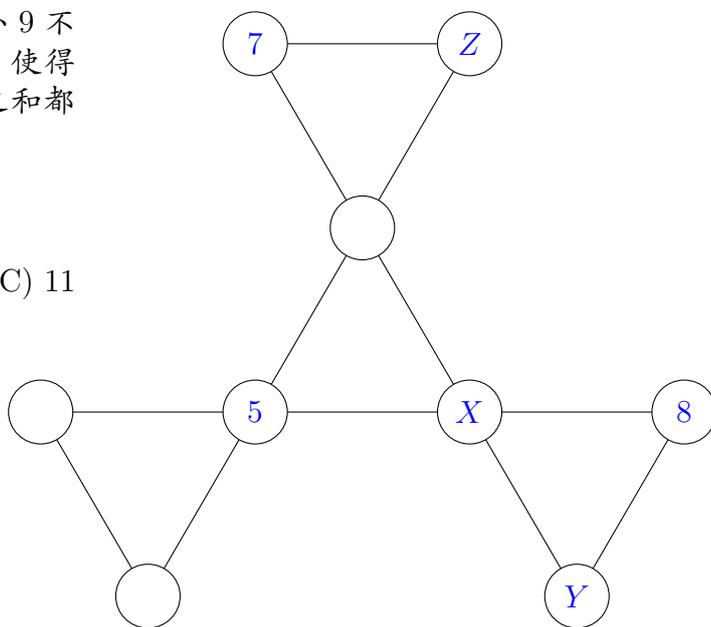
21. 一個四邊形有一對長度分別為 25 cm 與 37 cm 的平行邊。請問它的兩條對角線上的中點之間的距離為多少 cm？
- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 12

22. 將正整數 1、2、3、4、5、6、7、8、9 不重複地恰填入圖中的九個圓圈內，使得所畫出的四個三角形頂點上的數之和都相等。

現已填入其中三個數，如圖所示。

請問 $X + Y + Z$ 的值等於多少？

- (A) 9 (B) 10 (C) 11
(D) 12 (E) 13



23. 請問有多少個三位數恰等於它的數碼和之十三倍？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

24. 對一群人作是否知道資源回收已經從兩週一次改為每週一次的問卷調查。他們之中有三分之二的人回答「知道」、三分之一的人回答「不知道」。

經過一年後，對同一群人再作一次同樣的問卷調查，這一次他們之中有四分之一的人改變他們的答案，最後使得回答「知道」與「不知道」的人一樣多。

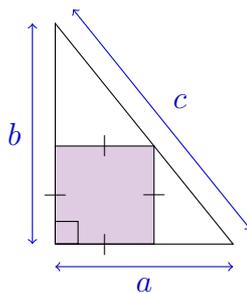
請問在這一群原來回答「知道」的人中，有幾分之幾的人後來改變他們的答案？

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{5}{16}$

25. 在一個邊長分別為 a 、 b 與 c 的直角三角形角落畫一個正方形，如圖所示。

對於所有的情況，請問下列哪一選項為沒有塗上陰影的面積與塗上陰影的面積之比？

- (A) $1:1$ (B) $c:(a+b)$ (C) $ab:c^2$
 (D) $(a+b)^2:2c^2$ (E) $c^2:2ab$



問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，
 請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，
 第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

26. 將四個連續正整數的乘積再加上 1 其結果恆為一個完全平方數。前 2017 個這樣的平方數為：

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25 = 5^2$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361 = 19^2$$

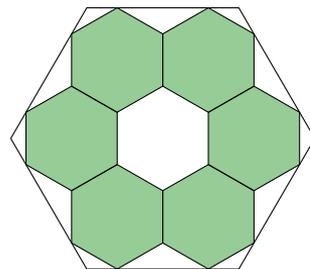
⋮

$$2017 \times 2018 \times 2019 \times 2020 + 1 = 16\,600\,254\,584\,281 = 4074\,341^2$$

依上述方法找出來的 2017 個數 5、11、19、⋯、4074341 中，請問有多少個數之末位數碼為 1？

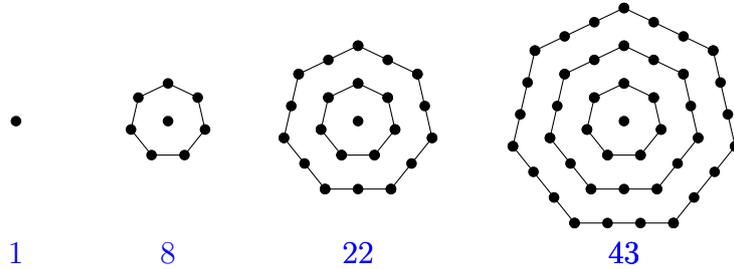
27. 將六個全等的正六邊形放置在一個大正六邊形的內部，如圖所示。

已知大正六邊形的面積為 900 平方單位，請問陰影部分的面積為多少平方單位？



28. 對於 $n \geq 3$ ，實心正 n 邊形數數列是由一個位於中心的點開始，每次都往外增加一層正 n 邊形的點之所有點數總和所構成的數列，其中每一層 n 邊形每一邊上的點數都比前一層多一個點。

例如，實心正七邊形數數列的前幾項為 1、8、22、43、 \dots ，如下圖所示。



若實心正 n 邊形數數列中，其中有一項為 2017，請問 n 的最小可能值是多少？

29. 我有非常多個玩具士兵。我可以將這些玩具士兵排成一個有許多行、許多列的矩陣。我注意到若我從中移除 100 個玩具士兵後，仍可以將剩下的玩具士兵恰排成一個減少 5 列、增多 5 行的矩陣。
請問我必須從初始的矩陣中移除多少個玩具士兵才能將剩下的玩具士兵恰排成一個減少 11 列、增多 11 行的矩陣？

30. 稱數 $G = 10^{100}$ 為一個 googol 而稱數 10^G 為一個 googolplex。令 n 為滿足 $n^n < 10^G$ 的最大正整數，請問 n 是幾位數？