

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

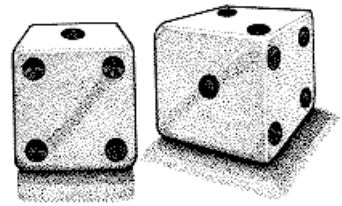
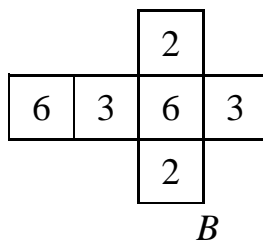
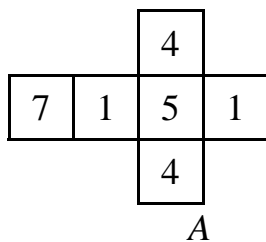
**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

# 2005 小學數學競賽選拔賽決賽(二)試題

## 應用題 (考試時間 90 分鐘)

請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 10 分，共 120 分

1. 某種益智遊戲使用  $A$ 、 $B$  二種特殊的正立方體骰子，各骰子每面出現的機會相等，其各面點數的安排如下正立方體展開圖所示：



小王擲一顆  $A$  骰子，小丁擲一顆  $B$  骰子，點數較大者勝，投擲非常多次以後，請問小王的勝算大還是小丁的勝算大？還是兩人一樣？

當  $A$  擲 7 一定勝  $B$ ，擲 7 的機率為  $1/6$ ；當  $A$  擲 4, 5, 4 且  $B$  擲 2, 2, 3, 3 時勝  $B$ ，其機率為  $(3/6) \times (4/6) = 1/3$ 。故  $A$  贏  $B$  的機率為  $(1/6) + (1/3) = 1/2$ ，所以兩人一樣

2. 一列火車通過 480 m 的隧道，用了 71 秒。當它通過長 2072 m 的大橋時，速度比通過隧時提高  $1/4$ ，結果用了 3 分 36 秒。請問火車車身的長度為多少 m？

88 m

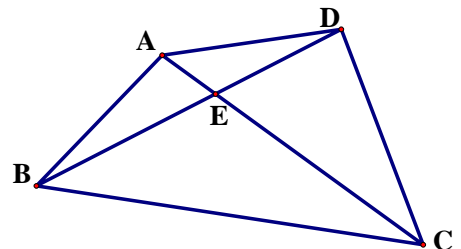
3. 有  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三個人，每人戴一頂帽子，帽子上寫有一個數字，已知其中有一數為其他二數之和，每個人都可以看見其他人帽子上的數字但看不到自己帽子上的數字。他們都很聰明不會有誤失的推理，他們所說的話均為真並且會將當時所已經確知的事全部說出來。

$A$  說：「我不知我帽子上的數字。」

$B$  說：「我帽子上的數字是 10。」

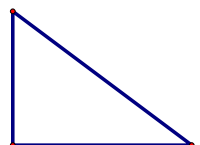
請問  $C$  帽子上的數字是多少？

因為  $A$  說不知則  $B$  不等於  $C$ ； $B$  能肯定說出，顯然他看到  $A$  與  $C$  相同，都是 5



4. 四邊形  $ABCD$  的二條對稱線相交於點  $E$ 。已知  $AE=5$  cm， $ED=10$  cm， $CE=20$  cm， $BE=15$  cm， $AED$  之面積為  $24$   $cm^2$ ，請問四邊形  $ABCD$  之面積為多少  $cm^2$ ？ 300  $cm^2$

5. 勾股定理：在直角三角形中，兩股平方和等於斜邊之平方，如圖中， $3^2+4^2=5^2$ 。已知有一個直角三角形的三個邊都是正整數，



且斜邊之長為 2005，請問其兩股長分別可能是多少？

$$2005^2 = (5 \times 401)^2 = (5^2 \times 401^2) = (4^2 + 3^2) \times 401^2 = 1203^2 + 1604^2$$

故兩股長可能為 1203 與 1604

6. 請問 360 的所有因數的乘積是多少？  $2^{36} \times 3^{24} \times 5^{12}$  或  $360^{12}$

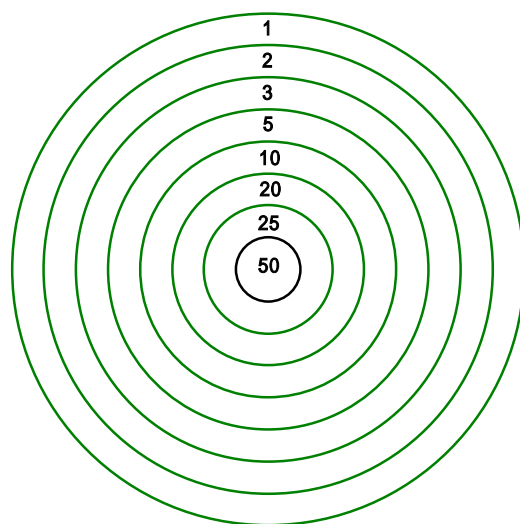
7. 有一個自然數  $n$ ，若  $n$  能被 3 整除， $n+1$  能被 5 整除， $n+2$  能被 7 整除。請問在 1~1000 中，滿足上述條件的  $n$  有多少個？

$n$  可能為 54, 159, 264, 369, 474, 579, 684, 789, 894, 999 等 10 個數

8. 有一個人人在公路上駕駛，他突然發現車子的碼表顯示的里程數是 15951，剛好個迴文數（從前面讀起與從後面讀起都相同的數），行駛了二小時後，他發現碼表剛好又顯示另一個迴文數，如果車子的時速不得超過 100 公里，請問車速為每小時多少公里？ 55 公里

9. A、B、C 三人射飛鏢，每人射六鏢，結果如右圖每人都各得 71 分。A 首二鏢共得 22 分，C 首鏢得 3 分，請問射中鏢心得 50 分的人是誰？

A 射中 25, 20, 20, 3, 2, 1；B 射中 25, 20, 10, 10, 5, 1；C 射中 50, 10, 5, 3, 2, 1；故 C 射中鏢心



10. 將 10 個整數圍成一圈，它們的總和為 1。將任意 1 個數、2 個相鄰的數、3 個相鄰的數、.....、10 個相鄰的數分別用括號括起來，並將括號內的數的總和分別記下(共有 91 個數)，請問所有記下的 91 個數當中，最少有多少個正數？

除了取 10 個相鄰的數的括號外，其他的 90 個括號其元素一定成互補，某一個括號內的數的總和為正其互補括號內的數的總和一定非正；某一個括號內的數的總和為非正其互補括號內的數的總和一定正；因此這 90 個括號內的數的總和一定有 45 個正數，加上取 10 個相鄰的數的括號的一個，故共有 46 個。

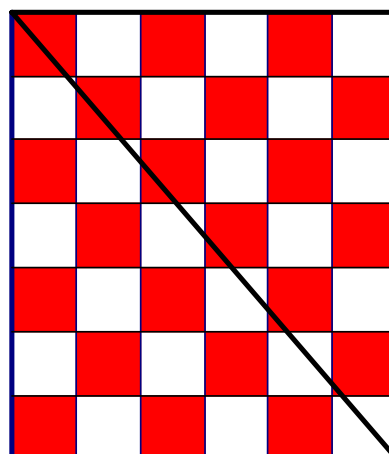
11. 如下左圖 5×5 棋盤上，有編號為 1, 2, ..., 25 的棋子，每次操作允許將兩個棋子對調位置，欲將所有的棋子依順序排好(即第一列由左至右依序放編號為 1, 2, 3, 4, 5 的棋子；第二列放編號為 6, 7, 8, 9, 10；.....)，請問至少要操作幾次？

7	24	10	19	3
12	20	8	22	23
2	15	25	18	13
11	21	5	9	16
17	4	14	1	6

依以下方

1-7, 7-20, 20-16, 16-11, 11-2, 2-24

式操  
；



作  
：

3-10,10-23,23-14,14-18,18-5；4-19,19-9,9-22；6-12,12-15,15-13,13-25；17-21。共19次。

12.將上右圖的  $7\text{ cm} \times 6\text{ cm}$  的方格表，依黑白相間方式塗色，然後沿著一條對角線把它切成兩塊。請問左下的三角形內塗上黑色的面積與塗上白色的面積相差多少  $\text{cm}^2$ ？

如圖作  $AC$  線段，則在三角形  $ADC$  內塗上黑色的面積等到塗上白色的面積，故所求即為求三角形  $ABC$  內塗上黑色的面積與塗上白色的面積相差多少  $\text{cm}^2$ ？

三角形  $BDC$  的面積為  $21\text{ cm}^2$ ；三角形  $ABC$  的面積為  $3\text{ cm}^2$

線段  $AE$  平行  $DC$ ；根據三角形平行線定理得知  $AE=DC/7$ ；三角形  $BAE$  與三角形  $BDC$  相似，故三角形  $BAE$  的面積為三角形  $BDC$  面積的  $1/49$ 。即三角形  $BAE$  的面積為  $21/49=3/7$ 。

$AB=1$ ； $EF=7 \times (5/6) - 5 = 5/6$ ；三角形  $BAE$  與三角形  $EFG$  相似，故三角形  $EFG$  的面積為三角形  $ABE$  面積的  $25/36$ 。即三角形  $EFG$  的面積為  $(3/7) \times (25/36)$ 。

同理可知在三角形  $ABC$  內塗上黑色的面積總和為

$(3/7) \times [1 + (25/36) + (16/36) + (9/36) + (4/36) + (1/36)] = 13/12$ ；在三角形  $ABC$  內塗上白色的面積總和為三角形  $ABC$  的面積減去塗上黑色的面積總和 =

$3 - (13/12) = 23/12$ ；所以左下的三角形內塗上黑色的面積與塗上白色的面積相差  $(23/12) - (13/12) = 10/12 = 5/6\text{ cm}^2$

