

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw



Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

答題指引：

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在每一頁的對應位置填寫隊名。
- 本卷試題依照由易至難的順序安排，共有 10 頁，每頁一題，每題 40 分。第 1、2、4、6、8、10 題必須詳細填寫計算過程或證明，根據答題情況給分，如果空白處不夠填寫，可將答案寫在試題紙的背面；第 3、5、7、9 題只需填寫答案。
- 四名隊員先用 10 分鐘討論前八題，確定每題答題的隊員，每位隊員至少要解答一題。然後用 35 分鐘，各自作答，不可再交換題目或討論。最後的 15 分鐘，四名隊員可一起討論最後兩題並合作解題。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版



Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：

得分：

1. 請找出方程 $x^2 - x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 + 2x + 4)$ 的所有實根。

ANSWER:

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：_____

得分：_____

2. 多明諾骨牌是 1×2 或 2×1 的矩形。將 17 片多明諾骨牌置入 5×8 的方格表中，剩下六個小方格是空的，其中三個空的小方格已用白色的圓圈標記出。圖中兩個用黑色圓圈標記的小方格不是空的。已知其它三個空的小方格位在同一行上，請問它們是在第幾行？

行	1	2	3	4	5	6	7	8
				●				
				○				
		○						○
								●

(下圖可用作草圖)

1	2	3	4	5	6	7	8
○	○	○	●	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6	7	8
○	○	○	●	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○

ANSWER: 第 _____ 行

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

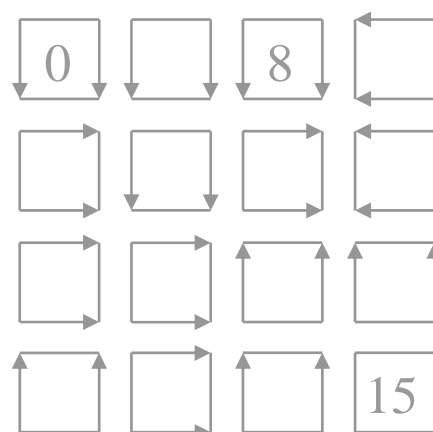
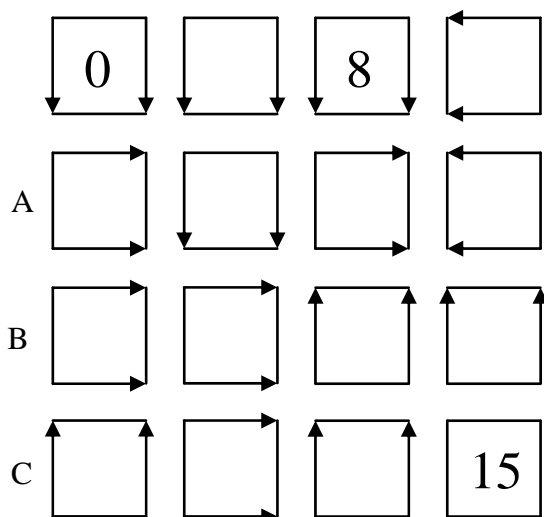
20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：_____

得分：_____

3. 在下圖中，分別將數 1、2、3、4、5、6、7、9、10、11、12、13、14 分別各填入一個不同的空白小方格內，使得填有 0 的方格上的箭頭指向填有 1 的方格。例如，1 應該填入方格 A、或方格 B、或方格 C 中。同樣，填有 1 的方格上的箭頭指向填有 2 的方格，依此類推。



ANSWER: _____

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

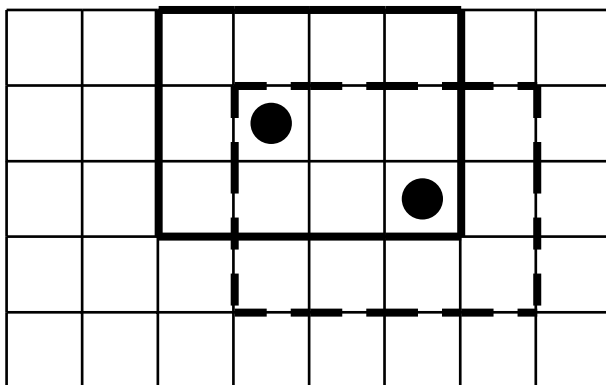
20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：_____

得分：_____

4. 在下圖 5×8 的方格表中，有兩個小方格內標上黑圓圈，而圖中兩個 3×4 的矩形的內部都包含兩個黑圓圈。請問共有多少個位置不同且內部至少包含一個黑圓圈的矩形（矩形的所有邊必須在格線上，並且大小不一定是 3×4 ）？



ANSWER: _____

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

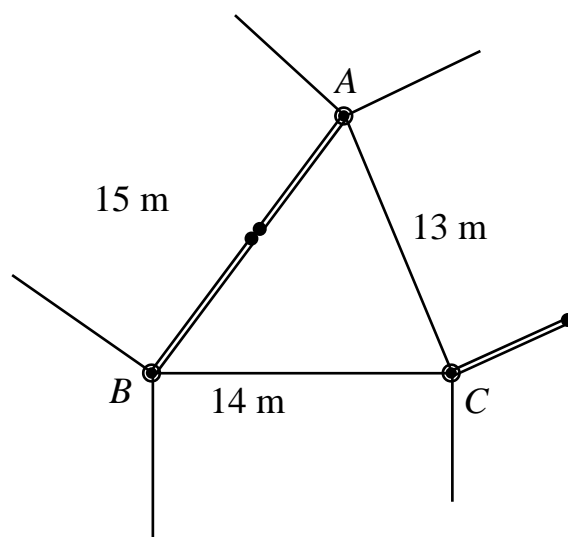
20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：_____

得分：_____

5. 在莫斯科郊外的紅三角地有三條寬度分別為 15 m、14 m 及 13 m 的道路在此交會。為管制交通，莫斯科交通局設計了三道可轉動的柵欄，柵欄的一端固定在三條道路的交點處（如圖中的點 A、B 和 C）。在下圖中，A、B 柵欄將一條道路封閉，而柵欄 C 則推到路旁，使得二條道路可通行穿越這個三角地。請計算這三道柵欄的寬度，使得每二道柵欄都可以正好封閉一條道路。



ANSWER: $A = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}, B = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}, C = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$



Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：

得分：

6. 令 $f(x)$ 為 2010 次的多項式，使得 $f(k) = -\frac{2}{k}$ ，其中 k 為任意一個 1~2011 的正整數。請求出 $f(2012)$ 之值。

ANSWER:



Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：

得分：

7. 有一隻貓捉到 81 隻老鼠，它將這些老鼠排成一圓圈，並依照順時針方向編上 1~81 號。貓從某一隻老鼠開始依順時針方向以“1、2、3、1、2、3、.....”不斷地數這些老鼠。貓吃掉所有被數到 3 的老鼠。當貓繼續如此數下去，圓圈將愈來愈縮小，直到剩下二隻老鼠為止。已知其中編號較大的一隻老鼠是 40 號，請問貓最初是從編號為多少的老鼠開始數？

ANSWER:



Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：_____

得分：_____

8. 在三角形 ABC 中，已知 $BC=AC$ 、 $\angle BCA=90^\circ$ 。點 D 與點 E 分別在 AC 與 AB 邊上，使得 $AD=AE$ 且 $2CD=BE$ 。令點 P 為線段 BD 與 $\angle CAB$ 的角平分線之交點。請問 $\angle PCB$ 的度數是多少度？

ANSWER: _____



Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

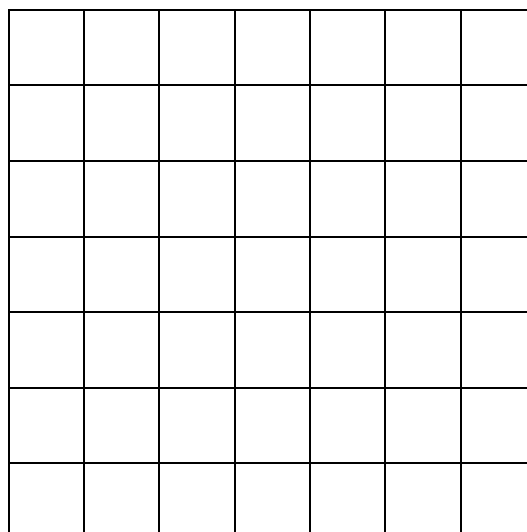
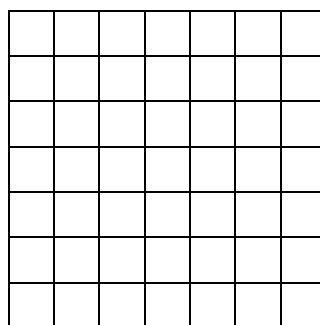
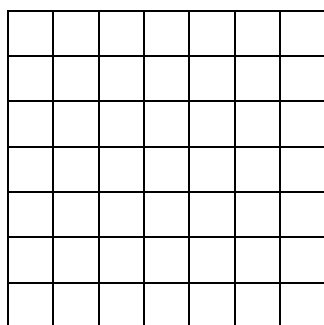
Bali, Indonesia

隊名：_____

得分：_____

9. 請從 7×7 方格表的 49 個小方格中選擇 21 個塗上顏色，使得任意四個已塗色的小方格無法構成某個長方形（其中長方形的所有邊都在格線上）的四個角落。

(下圖可用作草圖)



ANSWER:



Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

20th July 2011

Bali, Indonesia

隊名：_____

得分：_____

10. 把正整數 a 、 b 、 c 分給 A、B、C 三個人，每人有且只有一個整數，每個人只

知道自己的數。當他們被告知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ ，並都被詢問以下二個問題：

(a) 您知道 $a+b+c$ 的值嗎？

(b) 您知道 a 、 b 、 c 分別之值嗎？

A 對二個問題都回答“不知道”，而當 B 聽到 A 的回答後，第一個問題回答“知道”、第二個問題回答“不知道”。當聽到兩人的回答之後，請問 C 應當如何回答此二個問題？

ANSWER: (a) _____

(b) _____