

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

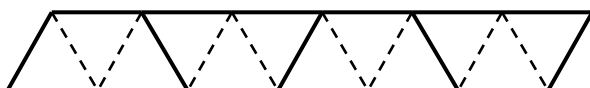
**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

# 2010 小學數學競賽選拔賽初賽試題

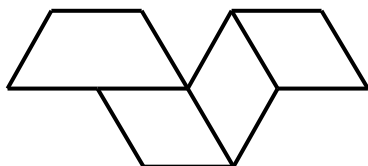
## 第二試：應用題（考試時間 90 分鐘）

◎ 請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 25 分，共 300 分

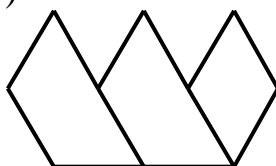
1. 下圖所示的紙片可分割為 12 個正三角形。若只能沿著粗黑線摺疊，請問下列哪一個圖形可被依此方式摺出？



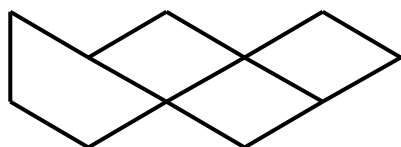
(A)



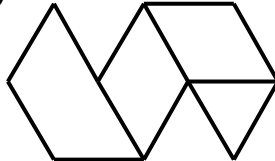
(B)



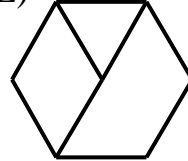
(C)



(D)



(E)



**【參考解法】**

實際操作後，可發現僅(E)可摺出。

答：(E)

2. 我清點口袋內的錢發現，如果增加我口袋現有錢數的一半，則我的錢就會等於哥哥口袋內的錢之半；如果哥哥口袋內的錢增加  $\frac{1}{4}$  就會等於姊姊的口袋內的錢之  $\frac{2}{3}$ 。請問我口袋內的錢與姊姊口袋內的錢之比為何？



**【參考解法】**

將我口袋內的錢當成 1，則由題意知哥哥口袋內的錢為  $2 \times (1 + \frac{1}{2}) = 3$ ，故姊姊口袋內的錢為  $(3 + 3 \times \frac{1}{4}) \times \frac{3}{2} = \frac{45}{8}$ ，由此可知我口袋內的錢與姊姊口袋內的錢之比為  $1 : \frac{45}{8} = 8 : 45$ 。

答：8 : 45

3. 有一本書從 1、2、3、…開始編頁，若它全部的頁碼共使用了 2010 個數碼，請問這本書共有多少頁？

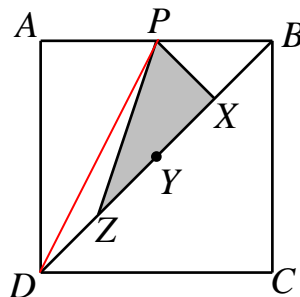


【參考解法】

可知頁碼為一位數時，共用去 9 個數碼、頁碼為二位數時，共用去  $90 \times 2 = 180$  個數碼，以上合計用去  $9 + 180 = 189$  個數碼，此時仍有  $2010 - 189 = 1821$  個數碼可供三位數的頁碼使用。因為  $1821 \div 3 = 607$ ，所以頁碼為三位數的共 607 個，故共有  $9 + 90 + 607 = 706$  頁。

答：706 頁

4. 如圖所示，在正方形  $ABCD$  中，點  $P$  是  $AB$  邊上的中點， $BX = XY = YZ = DZ$ 。已知正方形之面積為  $120 \text{ cm}^2$ ，請問  $\triangle PXZ$  之面積為多少  $\text{cm}^2$ ？



【參考解法】

連接  $DP$ 。因  $DB$  是對角線，故  $\triangle ADB$  的面積為正方形面積的一半，即  $120 \times \frac{1}{2} = 60$ ；因  $P$  是  $AB$  邊上的中點，故  $\triangle BDP$

的面積為  $\triangle ADB$  面積的一半，即  $60 \times \frac{1}{2} = 30$ ；因  $BX = XY = YZ = DZ$ ，故  $XZ$  的長度

為  $DB$  長度的一半，因此  $\triangle PXZ$  的面積為  $\triangle BDP$  面積的一半，即  $30 \times \frac{1}{2} = 15$ 。

答：15  $\text{cm}^2$

5. 兩數相除所得商為 9，餘數為 4。如果將被除數和除數都擴大為原來的三倍，則其被除數、除數、商、餘數之和等於 2373。請問原來的被除數是多少？



【參考解法一】

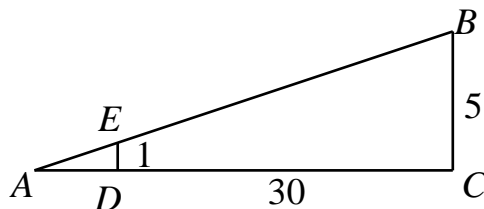
被除數和除數都擴大為原來的三倍，其所得商不變仍然為 9，餘數會擴大為原來的三倍，即為 12。因此被除數和除數都擴大為原來的三倍後之和等於  $2373 - 9 - 12 = 2352$ ，即原來被除數和除數之和為 784，扣掉餘數 4 等於除數之 10 倍，故除數為 78、原被除數為 706。

【參考解法二】

可令原被除數為  $a$ 、除數為  $b$ ，則知  $a = 9b + 4$ ，故  $3a = 27b + 12 = 9 \times (3b) + 12$ 。由原式餘數為 4 可知  $a$  大於 4，因此  $3a$  大於 12，所以知在將被除數和除數都擴大為原來的三倍後商為 9、餘數為 12，故知  $3a + 3b + 9 + 12 = 2373$ ，即  $a + b = 784$ 。再由  $a = 9b + 4$  知  $10b + 4 = 784$ ，所以  $b = 78$ 、 $a = 706$ 。

答：706

6. 下圖中，點  $D$  在  $\triangle ABC$  的  $AC$  邊上、點  $E$  在  $AB$  邊上，線段  $ED$  與  $BC$  均垂直於線段  $AC$ 。已知  $CB = 5 \text{ cm}$ 、 $DE = 1 \text{ cm}$ 、 $DC = 30 \text{ cm}$ ，請問線段  $AD$  的長度是多少  $\text{cm}$ ？



【參考解法一】

$\triangle ABC$  的面積即為  $\frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{5}{2}(AD+30)$ 。可觀察出四邊形  $BCDE$  為梯形，故其面積為  $\frac{(1+5) \times 30}{2} = 90 \text{ cm}^2$ ，再因  $\triangle ABC$  可視為由  $\triangle ADE$  與梯形  $BCDE$  組成，故可知  $\triangle ABC$  的面積為  $\frac{1}{2} \times AD \times DE + 90 = \frac{AD}{2} + 90$ 。故有  $\frac{5}{2}(AD+30) = \frac{AD}{2} + 90$ ，計算後知  $AD = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ 。

【參考解法二】

$\triangle ABC$  與  $\triangle ADE$  相似，對應邊成比例，故  $AD:AC=ED:BC$ ，即  $AD:(AD+30)=1:5$ ，可得  $AD = 7\frac{1}{2}$ 。

$$\text{答：} \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} = 7.5 \text{ cm}$$

7. 有五個圓柱體量杯，A 量杯的半徑為 4 cm，杯內的水高 7 cm；B 量杯的半徑為 5 cm，杯內水高 6 cm；C 量杯的半徑為 6 cm，杯內的水高 5 cm；D 量杯的半徑為 7 cm，杯內的水高 4 cm；E 量杯的半徑為 8 cm，杯內的水高 3 cm。請問裝最多水的量杯內有多少  $\text{cm}^3$  的水？( $\pi$  取 3.14)



【參考解法】

因圓柱體的體積為底圓面積乘以高，故

$$\text{A 量杯的水體積為 } 4 \times 4 \times \pi \times 7 = 112 \times 3.14、$$

$$\text{B 量杯的水體積為 } 5 \times 5 \times \pi \times 6 = 150 \times 3.14、$$

$$\text{C 量杯的水體積為 } 6 \times 6 \times \pi \times 5 = 180 \times 3.14、$$

$$\text{D 量杯的水體積為 } 7 \times 7 \times \pi \times 4 = 196 \times 3.14、$$

$$\text{E 量杯的水體積為 } 8 \times 8 \times \pi \times 3 = 192 \times 3.14、$$

所以 D 量杯內的水最多，有  $196 \times 3.14 = 615.44 \text{ cm}^3$  的水。

$$\text{答：} 615.44 \text{ cm}^3$$

8. 小明到超商購買 8 塊麵包、2 瓶果汁及 20 顆巧克力球，共花費 286 元；小杰購買 3 塊麵包、1 瓶果汁及 7 顆巧克力球，共花費 107 元。請問購買 1 塊麵包、1 瓶果汁及 1 顆巧克力球，共需花費多少元？



【參考解法一】

由小杰購買的物品可知 6 塊麵包、2 瓶果汁及 14 顆巧克力球，共值 214 元，將此與小明購買的物品比較，可知 2 塊麵包與 6 顆巧克力共值 72 元，再因 3 塊麵包、1 瓶果汁及 7 顆巧克力球，共值 107 元，所以購買 1 塊麵包、1 瓶果汁及 1 顆巧克力球，共需花費  $107 - 72 = 35$  元。

【參考解法二】

將小杰購買的物品乘以三倍可知 9 塊麵包、3 瓶果汁及 21 顆巧克力球，共值 321

元，將此與小明購買的物品比較，即可得知購買 1 塊麵包、1 瓶果汁及 1 顆巧克力球，共需花費  $321-286=35$  元。

答：35 元

9. 有四個互不相同的正整數，它們當中任意兩個數的和是 2 的倍數、任意三個數的和是 3 的倍數。請問滿足上述條件的最小的四個數乘積是多少？

【參考解法】

由任意兩個數的和是 2 的倍數可知任兩數的差都是 2 的倍數，再由任意三個數的和是 3 的倍數可得知任兩數的差都是 3 的倍數，故任兩數的差為 6 的倍數。為尋找最小的四個數之乘積，故此四數可選為 1、7、13、19，其乘積為 1729。

答：1729

10. 甲、乙二人輪流分糖，甲先拿一個，乙再拿二個，甲再拿三個，乙再拿四個， $\cdots$ ，依此方式繼續下去，第  $n$  次取糖的人再取  $n$  顆糖，如果第  $n$  次取糖時所剩的糖少於  $n$  顆糖則拿光所剩的糖。已知甲最後共拿到 125 顆糖，請問乙總共拿到多少顆？

【參考解法】

甲總共拿到奇數顆糖故知由甲先拿，可知甲取  $k$  次時顆數之總和為從 1 開始連續  $k$  個奇數的和。因從 1 開始連續  $k$  個奇數的和為一完全平方數  $k^2$ ，且而最接近 125 且未超過 125 的完全平方數為  $121=11^2$ ，故最後為甲在第  $11+1=12$  次取時取光所有的糖，乙取了 11 次，因此可知乙拿的顆數為從 2 開始連續 11 個偶數的和，即為  $2+4+6+8+10+12+14+16+18+20+22=132$  顆。

答：132 顆

11. A、B、C、D、E 五個人參加投籃比賽，每人投 10 個球。已知每人至少投中 2 球，且 A、B、C 三人共投中 15 球；B、C、D 三人共投中 12 球。A 投中最多球而 E 投中 6 個球排名第三。請問 A 投中幾個球？

【參考解法】

由條件可判斷出 A 比 D 多投中 3 球。因 A 投中最多球而 E 投中 6 個球排名第三，故 A 投中的球數至少為 8 球。

若 A 投中 8 球，則 D 投中 5 球，且 B、C 兩人間恰有一個投中 7 球，另一人則僅投中  $15-8-7=0$  球，矛盾；

若 A 投中 9 球，此時 D 投中 6 球，則 B、C 共投中 6 球，故 E 排名第二，矛盾；因此 A 必投中 10 球，則 B、C 兩人合計投中  $15-10=5$  球，即兩人投中球數必少於 6 球，故兩人排名低於 E，此時 D 投中 7 球，排名第二。

答：10 球

12. 某市有 A、B 兩座機場，它們之間有巴士與電車接駁。從 A 機場到 B 機場每間隔 2 分鐘同步發出一輛巴士與一輛電車，巴士全程行駛時間 60 分鐘，電車全程行駛時間 15 分鐘。請問電車從 A 機場行駛到 B 機場將會追過多少輛巴士？



**【參考解法】**

將 A、B 視為一直線，令 A 的位置為 0、B 的位置為 60，即將 A、B 之間的距離視為 60 單位，則電車速度為每分鐘走 4 單位、巴士速度為每分鐘走 1 單位，即電車每分鐘比巴士多走 3 單位，因此電車 15 分鐘比巴士多走 45 單位。因從 A 到 B 的巴士每 2 分鐘發出一班，故在要發車時，此直線上 0、2、4、6、 $\dots$ 、58、60 的位置上都有巴士，因此此時位置在 45 以內的巴士都會被電車追過，即位置在 2、4、6、 $\dots$ 、44 上的巴士會被追過，故共有 22 輛巴士會被追過。

答：22 輛