# 2008 小學數學競賽選拔賽決賽(二)試題

## 第 一 試 應 用 題 (考試時間 90 分鐘)

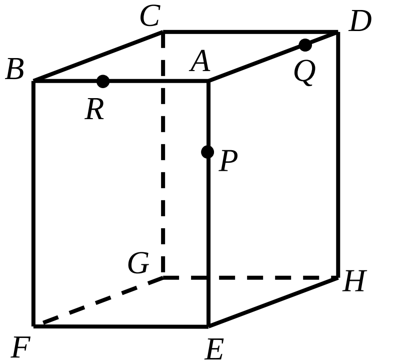
**◎ 請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 10 分，共 120 分**

1. 今年（西元 2008 年）的中國農曆年生肖屬鼠。請問西元 3000 年的中國農曆年生肖是什麼？(註：中國農曆年有十二生肖，鼠、牛、虎、兔、龍、蛇、馬、羊、猴、雞、狗、豬 12 年一輪)

因中國農曆年的生肖週期為 12 年，而 3000－2008＋1＝993＝12×82＋9，所以西元 3000 年的生肖為第 9 個，即是猴。

ANS：猴

2. 有一個長方體的封閉容器，經使用多年後，在 $AE$、$AD$、$AB$ 邊上分別有 $P$、$Q$、$R$ 三個破洞，如圖所示。已知 $AE$＝70 cm、$AB$＝50 cm、$AD$＝40 cm、$AR$＝30 cm、$AP$＝20 cm、$DQ$＝10 cm，若這個容器可用任何部位及方向支撐，請問這個封閉容器最多可蓄水多少 $cm^3$？




若調整此長方體的方向使點 $P$、$Q$、$R$ 三點所在之平面為水平面時，蓄水最多，可蓄水量為長方體的體積減去點 $A$、$P$、$Q$、$R$ 所形成之直角柱體的體積，即最多可蓄水量為

$$70\times50\times40-30\times20\times\frac{1}{2}\times(40-10)\times\frac{1}{3}=140000-3000=137000\text{cm}^3$$

ANS：137000 $cm^3$

3. 有一個數列 0、1、1、2、2、3、3、4、4、5、5、6、6、…，從第二項開始每個數都出現二次後增加 1。令 S($n$)表示此數列前 $n$ 項之和，請問 S(100)－S(20)之值是什麼？

因 S($n$)表示此數列前 $n$ 項之和，故 S(100)－S(20) 之值為第 21 項至第 100 項的和。由該數列規律可知第 21 項至第 100 項為

10、11、11、12、12、13、13、14、14、15、15、...、48、48、49、49、50，

此時若從第 100 項開始倒序寫出來到第 21 項為止，則得到：

50、49、49、48、48、47、47、46、46、45、45、...、12、12、11、11、10，

所以可知 S(100)－S(20) 之值為 60×80÷2＝2400。

ANS：2400

4. 等差數列 $a_1$、$a_2$、$a_3$、…、$a_{18}$、$a_{19}$ 共有 19 項。已知 $a_1+a_7+a_{14}+a_{18}=200$，請問 $a_1+a_2+\cdots+a_{18}+a_{19}$ 等於多少？

令該等差數列的公差為 $d$，則有：

$$a_1+a_7+a_{14}+a_{18}=a_1+a_1+6d+a_1+13d+a_1+17d=4a_1+36d=4(a_1+9d)$$

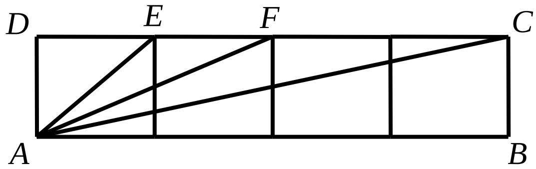
即 $a_1+9d=50$ ，而

$a_1+a_2+\cdots+a_{18}+a_{19}=19a_1+(1+2+3+\cdots+18)d=19a_1+9\times19d=19(a_1+9d)$

故 $a_1+a_2+\cdots+a_{18}+a_{19}=19\times50=950$

ANS：950

5. 將矩形 $ABCD$ 分成四個全等的矩形，如圖所示。若 $AE$＝29 cm，$AF$＝41 cm，請問 $AC$ 的長度是多少 cm？




令 $AD$ 的長度為 $a$ cm 而 $DE$、$EF$ 的長度為 $b$ cm，故可知 $CD$ 的長度為 $4b$ cm。由勾股定理可知：

$$a^2+b^2=AE^2=29^2=841 \qquad (1)$$
$$a^2+(2b)^2=a^2+4b^2=AF^2=41^2=1681 \qquad (2)$$
$$a^2+(4b)^2=a^2+16b^2=AC^2 \qquad (3)$$

由(1)、(2)兩式可知 $3b^2=840$，而由(3)式可知 $AC^2=a^2+16b^2=a^2+b^2+15b^2$，因此 $AC^2=841+15\times280=5041=71^2$ ，所以 $AC$ 的長度為 71 cm。

ANS：71 cm

6. 已知 $n$ 是一個三位數，且$(n+1)(n+2)(n+3)$可被 7 整除。請問滿足上述條件的 $n$ 共有多少個？

因$(n+1)(n+2)(n+3)$可被 7 整除且 $n+1$、$n+2$、$n+3$ 為連續的 3 個整數，故可知 $n+1$、$n+2$、$n+3$ 恰有一數為 7 的倍數。因此只須找出三位數中被 7 除分別餘 6、5、4 的數之個數。因 1000＝7×142+6、100＝7×14+2，故被 7 除餘 6 的三位數有 142－14＝128 個、被 7 除餘 5 的三位數有 142－14＋1＝129 個、被 7 除餘 4 的三位數有 142－14＋1＝129 個。所以滿足條件的 $n$ 共有 128＋129＋129＝386 個。

ANS：386 個

7. 小丁在捷運站搭一座電扶梯下樓。如果他向下走 14 階，則需時 30 秒即可由電扶梯頂到達底部；如果他向下走 28 階，則需時 18 秒即可由電扶梯頂到達底部。請問這座電扶梯有幾階？

<解法一>

由「小丁向下走 14 階，則需時 30 秒可由電扶梯頂到達底部」以及「小丁向下走 28 階，則需時 18 秒可由電扶梯頂到達底部」可知小丁每向下走 28－14＝14 階時，可節省 30－18＝12 秒，此即每向下走 7 階可節省 6 秒，可視為此電扶梯每 6 秒向下 7 階，故 30 秒可向下 7×(30÷6)＝35 階，再加上小丁走的 14 階，一共有 35＋14＝49 階。

<解法二>

「小丁向下走 14 階，則需時 30 秒可由電扶梯頂到達底部」，把它加倍即：「小丁向下走 28 階，則需時 60 秒可由電扶梯可走二趟由梯頂到達底部」。與「小

丁向下走 28 階，則需時 18 秒可由電扶梯頂到達底部」比較，得知電扶梯由梯頂到達底部運行需時 60－18=42 秒，又知 12 秒走 14 階，故共 49 階。

ANS：49 階

8. 在十二進制中，有兩個二位數 $\overline{aa}_{(12)}$、$\overline{bb}_{(12)}$。若 $\left(\overline{aa}\right)^2_{(12)}+\left(\overline{bb}\right)^2_{(12)}=\overline{aabb}_{(12)}$，請問 $\overline{aabb}_{(12)}$之值是什麼？

令十二進制中的 12 個「個位數碼」由小至大依序為 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、$A$、$B$，其中 $A$ 代表 10、$B$ 代表 11。

可知 $\overline{aa}_{(12)}=12a+a=13a$ 、$\overline{bb}_{(12)}=12b+b=13b$ 及

$\overline{aabb}_{(12)}=12^3a+12^2a+12b+b=144\times13a+13b$ 。

因 $\left(\overline{aa}\right)^2_{(12)}+\left(\overline{bb}\right)^2_{(12)}=\overline{aabb}_{(12)}$，故有 $(13a)^2+(13b)^2=144\times13a+13b$，即

$$13(a^2+b^2)=144a+b=13\times11a+a+b$$

所以 $a$＋$b$ 是 13 的倍數且 $144a+b=a\times12^2+b=\overline{a0b}_{(12)}$，故可知 $a$＋$b$＝13，此時有以下幾種可能：

(i) 若 $a$ 與 $b$ 中一數為 $B$、另一數為 2：此時

$13(a^2+b^2)=13\times(121+4)$

$=(12+1)\times(10\times12+5)=11\times12^2+3\times12+5=\overline{B35}_{(12)}$

故不合；

(ii) 若 $a$ 與 $b$ 中一數為 $A$、另一數為 3：

$13(a^2+b^2)=13\times(100+9)$

$=(12+1)\times(9\times12+1)=9\times12^2+10\times12+1=\overline{9A1}_{(12)}$

故不合；

(iii) 若 $a$ 與 $b$ 中一數為 9、另一數為 4：

$13(a^2+b^2)=13\times(81+16)$

$=(12+1)\times(8\times12+1)=8\times12^2+9\times12+1=\overline{891}_{(12)}$

故不合；

(iv) 若 $a$ 與 $b$ 中一數為 8、另一數為 5：

$13(a^2+b^2)=13\times(64+25)$

$=(12+1)\times(7\times12+5)=8\times12^2+5=\overline{805}_{(12)}$

故 $a$＝8、$b$＝5；

(v) 若 $a$ 與 $b$ 中一數為 7、另一數為 6：

$13(a^2+b^2)=13\times(49+36)$

$=(12+1)\times(7\times12+1)=7\times12^2+8\times12+1=\overline{781}_{(12)}$

故不合；

因此 $\overline{aabb}_{(12)}$ 的值為 $8855_{(12)}$ 。

ANS：$8855_{(12)}$

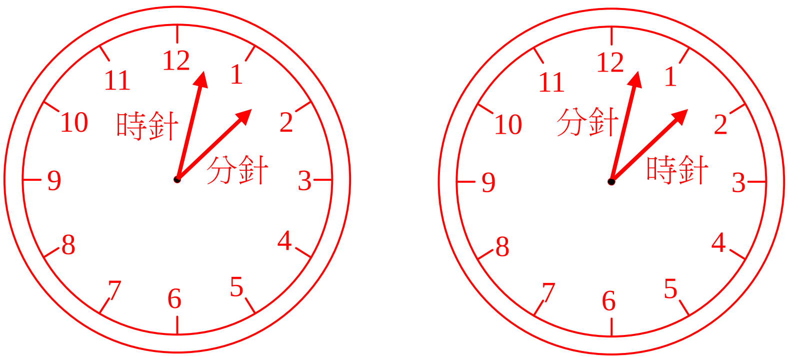
9. 有一位修錶師傅誤把手錶的時針裝成與分針一樣的零件，導致這個手錶無法

判別哪個是時針與哪個是分針，除此之外手錶的一切功能完全正常。師傅在中午 12：00 整時校正手錶，將兩針重合在數字 12 上。假設我們可以百分之百地精確讀出兩針所指的時刻，請問第一次我們無法從這個手錶正確地判斷出的時間是在什麼時刻？（即手錶的兩針所指的時刻有兩種可能）

「手錶兩針所指的時刻有二種可能」這件事即與初賽應用題第 12 題「時針與分針對換位置」同義。

可知分針一分鐘走 360°÷60＝6°、時針一分鐘走 360°÷12÷60＝0.5°。

若第一次無法判斷的時刻在中午 12：00 到下午 1：00 之間，則此時一針在 12 與 1 之間而另一針在 1 與 2 之間。




令上左圖為下午 0 時 $x$ 分，上右圖為下午 1 時 $y$ 分，則有 $x>y$。

(i) 上左圖中，時針所走的角度等於上右圖中分針所走的角度，故有

$$0.5x=6y \qquad (1)$$

(ii) 上左圖中，分針所走的角度等於上右圖中時針所走的角度，故有

$$6x=30+0.5y \qquad (2)$$

將（1）、（2）是化簡得：

$$x=12y \qquad (3)$$

$$12x=60+y \qquad (4)$$

將（3）式代入（4）式可得 $143y=60$，即 $y=\frac{60}{143}$、$x=\frac{720}{143}=5\frac{5}{143}$，故第一次無法判斷的時刻為中午 12 時 $5\frac{5}{143}$ 分或下午 0 時 $5\frac{5}{143}$ 分。

ANS：中午 12 時 $5\frac{5}{143}$ 分或下午 0 時 $5\frac{5}{143}$ 分

10. 在下面的數字謎題中，不同的字母代表不同的數碼。請問 $\overline{\text{TEMUR}}$ 之值是什麼？

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & 9 & \text{E} & \text{T} \\
 & 9 & 0 & \text{M} & \text{E} \\
 & \text{M} & 0 & \text{R} & \text{E} \\
+ & 9 & \text{U} & \text{M} & 9 \\
\hline
\text{T} & \text{E} & 9 & \text{T} & 9
\end{array}$$

因 T＋E＋E＋9 的個位數為 9，所以 T＋2E 為 10 的倍數，即 T 為偶數；

因數字謎為 1 個三位數與 3 個四位數相加而得到和是 1 個五位數的算式，故 T≦3，所以 T＝2 而 E 為 4 或 9；

由百位數的部分為 9＋U＋（十位數進位之數）＝9 可知：

(i) 若 U＝0，則百位數與十位數都沒進位且 9＋M＋9＝T×10＋E＝24 或 29，因 M＜10，故 E＝4、M＝6；

(ii) 若 U≠0，則百位數與十位數都有進位且 9＋M＋9＋1＝T×10＋E＝24 或 29，因 M＜10，故 E＝4、M＝5；

因此可知 E 必為 4、M＝5 或 6；此時算式為：

$$\begin{array}{cccccc} & & & 9 & 4 & 2 \\ & & 9 & 0 & M & 4 \\ & & M & 0 & R & 4 \\ + & & 9 & U & M & 9 \\ \hline & 2 & 4 & 9 & 2 & 9 \end{array}$$

當 U＝0、M＝6 時，十位數並沒有進位，但由算式的十位數部分可知 4＋M＋R＋M＋1 的個位數為 2，此時必有進位，矛盾，因此 U≠0 而 M＝5，此時算式為

$$\begin{array}{cccccc} & & & 9 & 4 & 2 \\ & & 9 & 0 & 5 & 4 \\ & & 5 & 0 & R & 4 \\ + & & 9 & U & 5 & 9 \\ \hline & 2 & 4 & 9 & 2 & 9 \end{array}$$

可知 4＋M＋R＋M＋1 的個位數為 2，故 R＝7 而 U＝8，所以 $\overline{\text{TEMUR}}$＝24587 而算式為

$$\begin{array}{cccccc} & & & 9 & 4 & 2 \\ & & 9 & 0 & 5 & 4 \\ & & 5 & 0 & 7 & 4 \\ + & & 9 & 8 & 5 & 9 \\ \hline & 2 & 4 & 9 & 2 & 9 \end{array}$$

ANS：24587

11. 甲、乙二人由 A 地同時出發朝向 B 地前進，A、B 兩地之距離為 36 公里。甲步行之速度為每小時 4 公里，乙步行之速度為每小時 5 公里。現有一輛自行車，甲騎車速度為每小時 10 公里、乙騎車速度為每小時 8 公里。出發時由甲先騎車，乙步行，為了要使兩人都儘速抵達目的地，騎自行車在前面的人可以將自行車留置在途中供後面的人繼續騎。請問他們從出發到最後一人抵達目的地最少需要多少小時？

<解法一>

設甲騎車至離 A 地 $x$ 公里處後停車，且剩餘 36－$x$ 公里改為步行，則乙步行

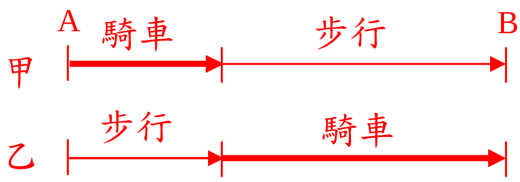
了 $x$ 公里後，剩餘 $36-x$ 公里為騎車。因要求同時出發且儘速抵達目的地，故花費的時間應相同，因此可得：

$$\frac{x}{10}+\frac{36-x}{4}=\frac{x}{5}+\frac{36-x}{8}$$
$$4x+360-10x=8x+180-5x$$
$$180=9x$$
$$20=x$$

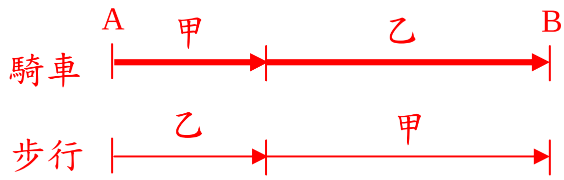
故共花費 $\frac{x}{10}+\frac{36-x}{4}=\frac{20}{10}+\frac{16}{4}=6$ 小時。

<解法二>

由題意可得下圖：




可知甲、乙兩人騎車共騎了 36 公里，而兩人步行合計也是 36 公里，因此可視為：




為了要使兩人都儘速抵達目的地，最佳狀況是兩人同時到達，故所需時間為

兩人騎車時間：$\frac{36}{10+8}=2$ 小時，兩人步行時間：$\frac{36}{4+5}=4$ 小時

因此至少需 2+4＝6 小時。

ANS：6 小時

12. 質數 $P_3$ 是一個三位數，它的數碼和為 $P_2$ 且 $P_2$ 是一個二位數的質數，而 $P_2$ 的數碼和為 $P_1$ 且 $P_1$ 是一個大於 2 的質數。請問滿足上述條件所有可能的 $P_3$ 之和是什麼？

因 $P_2$ 是 $P_3$ 的數碼和且 $P_2$ 為二位數，故 $10<P_2<27$，因此 $P_2$ 可能為 11、13、17、19、23。又因 $P_1$ 是大於 2 的質數，故 $P_2$ 為 23。

因 23＝9＋9＋5＝9＋8＋6＝9＋7＋7＝8＋8＋7 且 $P_3$ 是質數，

995=5×199；959=7×137；689=13×53：869=11×79；779=19×41 。

故 $P_3$ 可為 599、977、797、887，因此所求之和為 599＋977＋797＋887＝3260。

ANS：3260

# 2008 小學數學競賽選拔賽決賽(二)試題

## 第　二　試: 綜合能力測驗 (考試時間 60 分鐘)

______縣市______國民小學__年級　編號：______姓名：__________性別：__

**請將答案填入考卷中對應題號的空位內，第 1、2、3 題必須詳細寫下想法或理由，每題 25 分，共 100 分。**

1. 在下面的等式中不同的字母代表不同的數碼，其中 $M \neq 0$：

$$(M+A+T+H+S)^3 = \overline{MATHS}\ 。$$

請問 $\overline{MATHS}$ 之值是什麼？

因 $21^3 = 9261 < 10000 < 22^3 = 10648$ 且 $M+A+T+H+S \le 5+6+7+8+9 = 35$，故 $22 \le M+A+T+H+S \le 35$；(完成此步驟給十分)

$22^3 = 10648$，但 1+0+6+4+8＝19≠22，故不合；

$23^3 = 12167$，1 重複，故不合；

$24^3 = 13824$，但 1+3+8+2+4＝18≠24，故不合；

$25^3 = 15625$，5 重複，故不合；

$26^3 = 17576$，7 重複，故不合；

$27^3 = 19683$，1+9+6+8+3＝27，故 $\overline{MATHS} = 19683$；

$28^3 = 21952$，2 重複，故不合；

$29^3 = 24389$，但 2+4+3+8+9＝26≠29，故不合；

$30^3 = 27000$，0 重複，故不合；

$31^3 = 29791$，9 重複，故不合；

$32^3 = 32768$，但 3+2+7+6+8＝26≠32，故不合；

$33^3 = 35937$，3 重複，故不合；

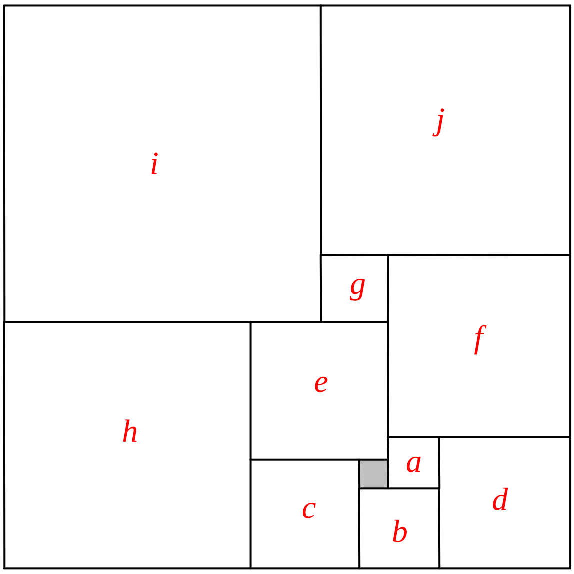
$34^3 = 39304$，3 重複，故不合；

$35^3 = 42875$，但 4+2+8+7+5＝26≠35，故不合；

所以 $\overline{MATHS} = 19683$。(完成此步驟再給十五分)

ANS：19683

2. 如下圖，有一個矩形可以被分割為 11 個正方形，其中最小的正方形（陰影部分）面積為 81 cm$^2$，請問這個矩形之面積為多少 cm$^2$？




令 $a$、$b$、$c$、$d$、$e$、$f$、$g$、$h$、$i$、$j$ 分別為所在正方形之邊長，由最小的正方形面積為 81 cm$^2$ 可知陰影正方形的邊長為 9 cm。

可知： $b=a+9$

$c=b+9=a+18$

$d=a+b=2a+9$

$e=c+9=a+27$

$f=a+d=3a+9$

$g=f+d-e-c=3a-27$

$h=c+e=2a+45$

$j=f+g=6a-18$

$i=h+e-g=99$

$i=j+g=9a-45$

由 $i$ 值可得 $99=9a-45$，即 $a=16$。(完成此步驟給十五分)

而矩形的長與寬分別為

$i+h=99+2a+45=176$、

$i+j=99+6a-18=177$，

所以矩形面積為 $176\times177=31152$ cm$^2$。(完成此步驟再給十分)

ANS：31152 cm$^2$

3. 觀眾將 4 枚硬幣放在桌面上排成一列，每一枚硬幣朝上或朝下可隨觀眾喜好放置。觀眾也同時任意選 1 至 4 中的一個正整數，輕聲告訴魔術師的助手，接著魔術師的助手只能恰好選擇桌面上的一個硬幣將它翻面。魔術師不知道助手翻的是哪一個硬幣，但看一看桌面上的硬幣，竟能準確地猜出觀眾所選的數。請問魔術師與助手事先約定什麼數學策略，使得魔術師能萬無一失地猜中？

因是將 4 枚硬幣排成一列，故若將正面朝上看成 1，反面朝上看成 0，則硬幣排列狀況便可看成 16 個二進制的數，如下表：

| 二進制的數 | | | | 十進制的數 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 5 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 6 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 9 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 11 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 12 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 13 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 14 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 15 |

因觀眾排列硬幣時也同時任意選 1 至 4 中的一個正整數，故魔術師事先要與助手約定把這 16 種情況分成 4 組，分別代表 1、2、3 或 4，且無論觀眾如何排列這四個硬幣及挑選哪個數，助手都有辦法恰翻動一個硬幣使得硬幣排列狀況恰落入觀眾選定數字所代表的組，則魔術師只要記下哪種情況在哪一組即可。

觀察排列狀況，如果將下半部的 0、1 對調，則上下兩部分恰為對稱的情形。故若將上半部依照被 4 除的餘數分類，把下半部裡與上半部互相對應的放到同一類，則可分為以下四種：

| 二進制的數 | | | | 十進制的數 | 魔術師與助手約定代表的數 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 5 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 10 | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 14 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 2 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 6 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 9 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 13 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 7 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 8 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 12 | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 4 | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 11 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 15 | |

可注意到若十進制裡兩數之和為 15，則必在同一類。此時無論觀眾排成何種情況，當他選定數字後，助手皆可恰轉換一個硬幣的方向使硬幣的排列方式落在被 4 除所的餘數恰為觀眾選定數字的分類裡，魔術師稍加計算後便可得知。

| 硬幣排列狀況 | | | | 翻一個硬幣表示 1 | | | | 翻一個硬幣表示 2 | | | | 翻一個硬幣表示 3 | | | | 翻一個硬幣表示 4 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

事實上，魔術師與助手約定的分組方法不只上述這一種，但必須滿足無論硬幣如何排列，助手恰翻一個硬幣均可分別表示 1、2、3、4 即可。而利用此方法魔術師較好記憶，原因為：魔術師可將他所看到桌面上硬幣排列轉為十進制後的數，假設為 $x$，當 $x<8$，則只要算 $x$ 除以 4 之後的餘數即可求出觀眾所選定的數字；當 $x\geq 8$，則計算 $(15-x)$ 除以 4 之後的餘數即可求出觀眾所選定的數字。

(策略正確給十五分，證明策略符合要求給十分)

4. 這是一位建築系學生所畫的建築鋼樑結構圖，教授發現其中有七處謬誤。請把謬誤處圈起來，每答對一處得3分，全部答對得25分，每答錯一處倒扣3分直到0分為止。（註：由於視角的關係，有些鋼樑看起來可能重疊在一起）