

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2012 小學高年級組第一輪檢測試題詳解

1. 請問算式 $101010 - 10101$ 之值為何？

- (A) 90909 (B) 10101 (C) 100000 (D) 900000 (E) 10000

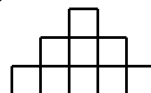
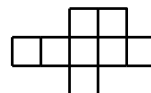
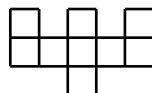
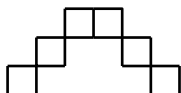
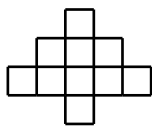
【參考解法】

$101010 - 10101 = 90909$ 。

答案：(A)

2. 下面各圖形都是由全等的正方形組成，請問哪一個圖形的周長最大？

- (A) (B) (C) (D) (E)



【參考解法】

令小正方形的邊長為 1，則 A 圖形的周長是 18，B 圖形的周長是 22，C 圖形的周長是 20，D 圖形的周長是 16，E 圖形的周長是 18。所以 B 圖形的周長最大。

答案：(B)

3. 請問下列哪組分數的總和大於 1？

(A) $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$

(D) $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$

(E) $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$

【參考解法】

A 選項三個分數之和是 $\frac{47}{60}$ 小於 1，B 選項三個分數之和是 $\frac{11}{12}$ 小於 1，C 選項三

個分數之等於 1，D 選項三個分數之和是 $\frac{19}{20}$ 小於 1，E 選項三個分數之和(等於 $\frac{31}{30}$)

大於 C 選項三個分數之和，故大於 1，所以答案是 E。

答案：(E)

【評注】

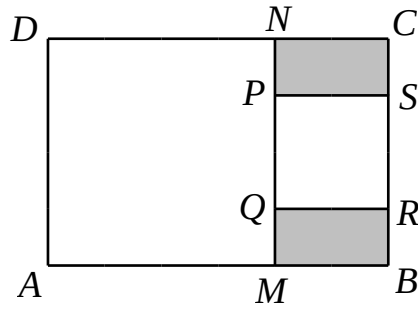
我們可以估算每組的分數之和是否大於 1，不一定要精確算出三個分數之和。在

A 選項中， $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} < \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$ 。在 B 選項中， $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} < \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ 。在

D 選項中， $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} < \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ 。而在 E 選項中， $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} > \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ 。

所以選 E。

4. 長方形 $ABCD$ 內有兩個相鄰的正方形 $AMND$ 和 $PQRS$ ，如圖所示，已知它們的面積分別為 16 cm^2 和 4 cm^2 ，請問圖中陰影部分的面積總和為多少 cm^2 ？



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

【參考解法】

正方形 $AMND$ 、 $PQRS$ 的面積分別為 16 cm^2 和 4 cm^2 ，那麼邊長分別為 4 cm 、 2 cm ，所以長方形 $ABCD$ 的面積為 $6 \times 4 = 24\text{ cm}^2$ ，而陰影部分的面積為 $24 - 16 - 4 = 4\text{ cm}^2$ 。

答案：(B)

5. 小明沿著馬路的一側以勻速跑步，馬路上相鄰兩根電線杆之間的距離相等，他從第 1 根電線杆開始跑到第 5 根電線杆用了 2 分鐘，他繼續以此速度向前跑，當他跑到第 n 根電線杆時就立刻折返原出發處。若小明全程共用了 12 分鐘，請問 n 之值為何？

- (A) 6 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 13

【參考解法】

因為小明以 2 分鐘從第 1 根電線杆開始跑到第 5 根電線杆共跑了 4 個間隔，所以 4 分鐘可以跑到第 9 根電線杆，6 分鐘可以跑到第 13 根電線杆。故 $n=13$ 。

答案：(E)

6. 有一個三角形最小的內角為 50° ，請問關於這個三角形的描述以下哪一項一定是對的？

- (A) 必定是等腰三角形 (B) 必定是直角三角形 (C) 必定是銳角三角形
(D) 必定是鈍角三角形 (E) 以上都不對

【參考解法】

注意到最小的一個內角為 50° ，因此第二小的內角至少為 50° ，故最大的內角不超過 $180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$ ，這說明此三角形一定為銳角三角形。另外，當三個內角分別為 50° 、 60° 和 70° 時，此三角形並非是等腰三角形，故選 C。

答案：(C)

7. 甲、乙、丙、丁各有一隻手錶。

- (1) 甲的手錶快了 10 分鐘，但他以為慢了 5 分鐘；
- (2) 乙的手錶慢了 5 分鐘，但他以為快了 10 分鐘；
- (3) 丙的手錶快了 5 分鐘，但他以為快了 3 分鐘；
- (4) 丁的手錶慢了 5 分鐘，但他以為慢了 10 分鐘。

用他們的手錶，每個人都認為自己恰好能準時到達學校，請問誰會遲到？

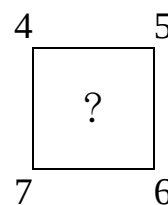
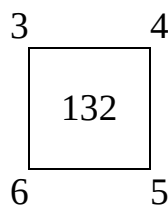
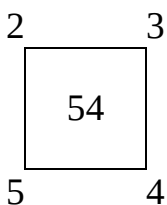
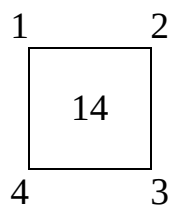
- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁 (E) 都不會

【參考解法】

甲早到 $5 - (-10) = 15$ 分鐘，丙早到 $5 - 3 = 2$ 分鐘，丁早到 $(-5) - (-10) = 5$ 分鐘，乙遲到 $10 - (-5) = 15$ 分鐘。

答案：(B)

8. 按下圖規律，請問第四個方框內應填入的數是多少？



- (A) 210 (B) 260 (C) 288 (D) 308 (E) 330

【參考解法】

觀察可知方框內的數等於方框上面兩個數相乘再乘於下面兩個數之和，即第四個方框內應填入的數是 $4 \times 5 \times (7+6) = 260$ 。

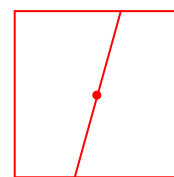
答案：(B)

9. 把一個正方形紙片沿一條直線摺成兩個面積相等、形狀相同的圖形，請問共有多少種不同的摺法？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 無窮多

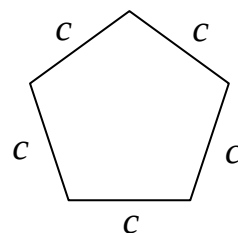
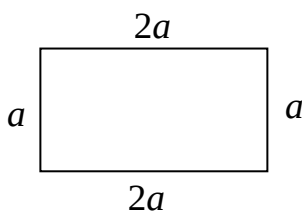
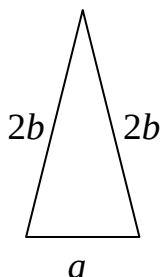
【參考解法】

如圖所示，對於正方形來說，任何通過正方形中心的直線將正方形分成的兩個部分，都可以通過旋轉 180° ，使兩個部分完全重合。而有無數條通過正方形中心的直線，所以共有無窮多種不同的摺法。



答案：(E)

10. 如圖，下面三個圖形的周長都相等，那麼 $a : b : c = ?$



- (A) $1 : 1 : 1$ (B) $2 : 4 : 5$ (C) $4 : 6 : 5$
(D) $16 : 20 : 25$ (E) $20 : 25 : 24$

【參考解法】

由周長相等知， $4b + a = 6a = 5c$ ，推得 $4b = 5a$ 、 $6a = 5c$ ，進而 $a : b = 4 : 5$ 、 $a : c = 5 : 6$ ，得到 $a : b : c = 20 : 25 : 24$ 。

答案：(E)

11. 用 10 根長度相同的火柴棒首尾依次連接構成一個三角形，火柴棒不可以折斷，請問能構成多少種不同形狀的三角形？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

【參考解法】

設每根火柴棒長度為 1，則三角形的三邊長度均需為整數，且周長為 10。由三角形三邊關係定理（或兩點之間直線最短）知任意一條邊的長度不能大於或等於 5，因此三條邊長均只能在 1、2、3、4 中選擇，顯然只有 $2+4+4=3+3+4=10$ ，因此僅能接成 2 個不同形狀的三角形，故選 A。

答案：(A)

12. 已知 5 粒蘋果與 6 根香蕉的重量相同，3 根香蕉與 4 顆橘子的重量相同，請問 16 顆橘子與幾粒蘋果的重量相同？

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

【參考解法】

由題意可知 6 根香蕉與 8 顆橘子的重量相同，從而 5 粒蘋果與 8 顆橘子的重量相同。所以 16 顆橘子與 10 粒蘋果的重量相同。

答案：(C)

13. 小英從上星期五開始觀察一株風信子，當時有些花已經開了。從此之後，每天新開的花朵數剛好等於前一天已開的花朵數，在這個過程中沒有花凋謝。如果風信子的花朵全部開的那一天是星期四，請問花剛好開完一半的那一天是星期幾？

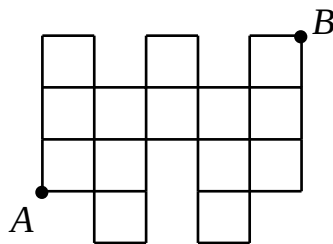
(A) 星期六 (B) 星期天 (C) 星期一 (D) 星期二 (E) 星期三

【參考解法】

因為每天新開的花朵數剛好等於前一天已開的花朵數，所以最後一天新開的花朵數剛好等於總花朵數的一半。這說明花剛好開完一半的那一天是最後一天的前一天，也就是星期三。

答案：(E)

14. 如圖，每個小方格的邊長都是 1 個單位長度，一隻螞蟻在水平方向上每爬行 1 個單位長度需要 5 秒，在豎直方向上每爬行 1 個單位長度需要 6 秒，每拐彎一次需要 1 秒。請問它從 A 點爬到 B 點最少需要多少秒？



(A) 43 (B) 45 (C) 46 (D) 47 (E) 48

【參考解法】

為了使從 A 點爬到 B 點所需的時間最少，則儘量少拐彎，儘量少在豎直方向上爬行。經觀察知，從 A 點爬到 B 點至少要向上爬 3 個格，至少要向右爬 5 個格，至少要轉二次彎。因此這隻螞蟻它可以從 A 點先向上爬 2 個格，再向右轉彎，沿水平方向爬 5 個格，然後向上轉彎，最後再爬一個格即到，故至少需要 $2 \times 6 + 1 + 5 \times 5 + 1 + 6 = 45$ 秒。

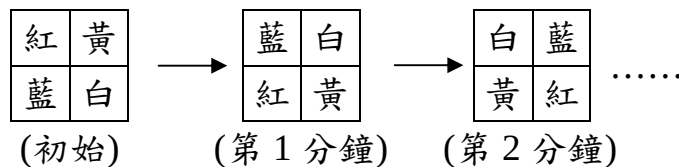
答案：(B)

15. 假期裏小丁在一家餐館裏做兼職洗碗。每洗好一個碗可得到 3 元，每打破一個碗不僅不能得到洗這個碗的工資，還要另賠 9 元。一星期之內，他總共洗了 500 個碗，共領到了 1368 元。請問他一共打破了多少個碗？
 (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

【參考解法】

洗 500 個碗，應該領到 $3 \times 500 = 1500$ 元，但是小丁只領到了 1368 元，少領了 $1500 - 1368 = 132$ 元，那麼原因是小丁打破了一些碗，洗一個碗，應得 3 元，但打破一個，需要賠償 9 元，也就是說打破一個碗實際減少 12 元工資，故小丁共打破 $132 \div 12 = 11$ 個碗。
 答案：(E)

16. 四盞燈組成舞臺彩燈，每隔 1 分鐘每盞燈的顏色同時改變一次，第一次上下兩燈互換顏色，第二次左右兩燈互換顏色，第三次又上下兩燈互換顏色，...，這樣一直進行下去。如圖所示的三種狀態分別是初始、第 1 分鐘、第 2 分鐘時每盞燈的顏色，請問第 60 分鐘時四盞燈的顏色如何排列？



- (A)

紅	黃
藍	白

 (B)

藍	白
紅	黃

 (C)

白	藍
黃	紅

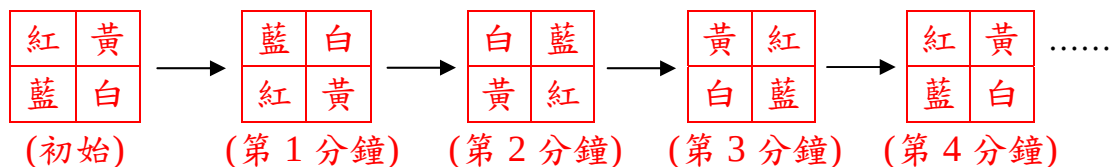
 (D)

黃	紅
白	藍

 (E)

黃	紅
藍	白

【參考解法】



根據燈的顏色變化的規律，可以發現每隔四分鐘，四盞燈的顏色又和原來的一樣，60 (1 小時=60 分鐘) 是 4 的倍數，所以開燈 1 小時後四盞燈的顏色與最初的狀態一樣。
 答案：(A)

17. 姐姐今年 12 歲，妹妹今年 8 歲，弟弟今年 3 歲，他們的生日恰好是同一天。當三人的年齡和為 50 歲時，妹妹為多少歲？
 (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

【參考解法】

今年他們三人的年齡之和為 23 歲，當他們的年齡之和為 50 歲時，已過了 $(50 - 23) \div 3 = 9$ 年，所以這時妹妹為 $8 + 9 = 17$ 歲。
 答案：(D)

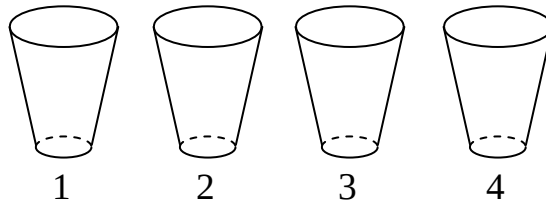
18. 老王在機場工作，他每上 8 天班後，就連續休息兩天，如果這個星期六和星期天連續二天他都休息，請問至少再過幾個星期後，他才能又在星期天休息？
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

【參考解法】

老王接下來的休息時間為：週二和週三；週五和週六；週一和週二；週四和週五；周日和週一；……。所以他再次在星期天休息時已經過了 $10 \times 4 + 9 = 49$ 天，剛好 7 個星期。

答案：(D)

19. 如圖所示，編號為 1、2、3、4 的四個杯子排成一排，起初 3 號杯子中有一個小球。現按以下方式操作，每次操作可將小球移動到與它所在杯子相鄰的杯子中（1 號杯子中的球只能移動至 2 號杯、4 號杯子中的球只能移動至 3 號杯）。經過 2012 次操作後，請問下列哪一項是關於小球的正確描述？

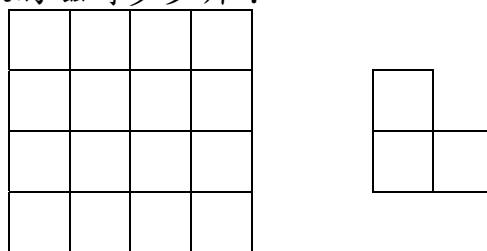


- (A) 不可能在 1 號杯子也不可能在 2 號杯子
- (B) 不可能在 1 號杯子也不可能在 3 號杯子
- (C) 不可能在 2 號杯子也不可能在 3 號杯子
- (D) 不可能在 2 號杯子也不可能在 4 號杯子
- (E) 不可能在 3 號杯子也不可能在 4 號杯子

【參考解法】

因為每次操作可將球移動到與所在杯子相鄰的杯子中，所以每次操作都改變球所在杯子的號碼的奇偶性，所以 2012 次操作後，球所在杯子的號碼的奇偶性與它開始所在杯子的號碼的奇偶性相同，從而經過 2012 次操作後，小球只可能在 1 號杯子或 3 號杯子中，故不可能在 2 號杯子也不可能在 4 號杯子。答案：(D)

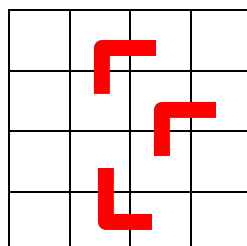
20. 在下左圖 4x4 的方格表中，我們希望沿格線放置最少片數如下右圖形狀的磁磚後，使這表中再也不能放下任何一片這樣的磁磚，磁磚可以旋轉或翻轉，請問至少要放置這樣的磁磚多少片？



- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

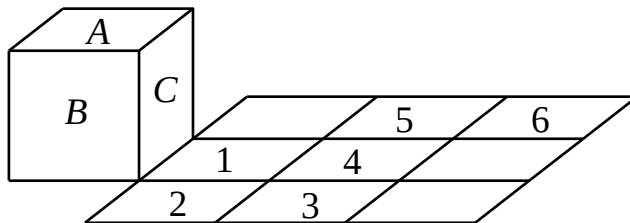
【參考解法】

將 4x4 方格表分割為四個 2x2 的方格表，為了使 2x2 的方格表中不能再放下一片這樣的磁磚，每個 2x2 方格表至少去掉兩個小方格。所以 4x4 方格表中至少去掉 8 個小方格。所以至少放上 3 片這樣的磁磚，如下圖所示。



答案：(B)

21. 如下圖所示，一個正立方體有三個分別標記為 A, B, C 的表面與一個 3×3 方格表有六個分別標記為 1、2、3、4、5、6 的小方格。將這個正方體翻轉，使得 C 面與標記為 1 的小方格吻合，再翻轉正方體使得 B 面與標記為 2 的小方格吻合；依序繼續將正方體翻轉，直到第 6 格為止。請問此翻轉過程中使得正方體朝上一面為字母 B 的所有小方格上的數之和是多少？

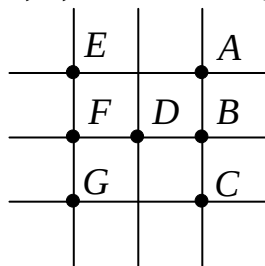


【參考解法】

正方體翻到第 1 格時，正面為字母 B ；正方體翻到第 2 格時，底面為字母 B ；正方體翻到第 3 格時，左側面為字母 B ；正方體翻到第 4 和 5 格時，不改變左側面，仍為字母 B ；正方體翻到第 6 格時，朝上一面為字母 B 。所以使得正方體朝上一面為字母 B 的所有格子中的數之和是 6。

答案：006

22. 如圖，網格上有 A, B, C, D, E, F, G 七個給定的點。



一隻跳蚤從點 A 開始，每一步從一個給定的點跳到另一個給定的點且必須依照下列兩種方式之一跳躍：

(1) 向左跳兩格，或向下跳兩格，或向左下方跳一格。例如從 A 可以跳到 E 或 C 或 D ；

(2) 向右跳一格或向上跳一格。例如從 F 可以跳到 E 或 D 。

跳蚤必須依照方式(1)與方式(2)交錯進行跳躍(即(1)、(2)、(1)、(2)、...或(2)、(1)、(2)、(1)、...方式跳躍)且同一個點不可經過二次或二次以上，跳到點 G 後停止。請問從點 A 跳到點 G 有多少種可能的路線？

【參考解法】

首先，第一步有三種選擇，從 A 可以跳到 E 或 C 或 D 。

如果從 A 跳到 E ，下一步要退一格，但從 E 沒法退，所以這種情況不存在。

如果從 A 跳到 C ，那麼下一步退一格只能退到 B ，而接著只能跳到 F ，從 F 可以跳退到 E 或 D ，無論是 E 還是 D ，下一步都只能跳到 G 。所以這種情況有 2 種路線。

如果從 A 跳到 D ，那麼下一步退一格只能退到 B ，接下來的情形與上一種情況相同，所以這種情況也有 2 種路線。

綜上所述，從點 A 跳到點 G 有 4 種可能的路線。

答案：004

23. 學校存車處有若干輛兩輪自行車，車的總數和車輪的總數都是三位數，且組成這兩個三位數的六個數碼為 2、3、4、5、6、7，請問自行車最多有幾輛？

【參考解法】

設車的總數為 $\overline{abc}$ ，車輪的總數為 $\overline{def}$ 。由題意可知 $\overline{def} = 2\overline{abc}$ ，所以 a 只能是 2 或者 3。

如果 $a = 3$ ，那麼 d 只能為 6 或 7。

當 $d = 6$ 時， b 只能為 2，經驗證可知 $c = 7$ ，因此 $\overline{abc} = 327$ 、 $\overline{def} = 654$ 。

當 $d = 7$ 時， b 只能為 6，經驗證可知 c 不能取到合適的值。

如果 $a = 2$ ，那麼自行車的總數顯然比 327 少，所以自行車最多有 327 輛。

答案：327

24. 定義新運算： $a \odot b$ 表示正整數 a 、 b 中較大的數除以較小的數所得的餘數，例如 $5 \odot 12 = 2$ 、 $12 \odot 5 = 2$ 。已知 $(11 \odot x) \odot 11 = 2$ ，請問 x 的最小值是多少？

【參考解法 1】

設 $11 \odot x = a$ ，由題意可知 a 小於 11，所以 11 除以 a 所得的餘數為 2，由此可得 $a = 3$ 或 9。如果 $a = 3$ ，那麼 x 的最小值是 4。如果 $a = 9$ ，那麼 x 必須大於 11。所以 x 的最小值是 4。

【參考解法 2】

若 $x = 1$ ， $11 \odot x = 0$ ，無法再繼續運算，故不合。

若 $x = 2$ ， $11 \odot x = 1$ ， $11 \odot 1 = 0$ ，不合。

若 $x = 3$ ， $11 \odot x = 2$ ， $11 \odot 2 = 1$ ，不合。

若 $x = 4$ ， $11 \odot x = 3$ ， $11 \odot 3 = 2$ 。

所以 x 的最小值是 4。

答案：004

25. 在算式 $2 \square 3 \square 4 \square 5$ 中的每一個 $\square$ 處放入一個四則運算符號（加號、減號、乘號或除號，可重複挑選），然後僅允許在算式中添加一些括弧（也可以不添加），請問所能得到的最大的兩位數是多少？

【參考解法】

下面我們說明所能得到的最大的兩位數是 70。首先，最後一個方框必須填乘號，否則算式的最大值不超過 $2 \times 3 \times (4 + 5) = 54$ 。顯然，前面兩個方框都不能填減號或除號。如果前面兩個方框都填乘號，那麼算式的值為 120，不是兩位數。如果前面兩個方框都填加號，那麼算式的最大值為 $(2 + 3 + 4) \times 5 = 45$ ，小於 70。所以前面兩個方框只能是一個填加號，一個填乘號。如果是 $2 + 3 \times 4 \times 5$ ，那麼加上括弧後能得到的最大的兩位數是 $(2 + 3 \times 4) \times 5 = 70$ 。如果是 $2 \times 3 + 4 \times 5$ ，那麼加上括弧後能得到的最大的兩位數是 $2 \times (3 + 4) \times 5 = 70$ 。

答案：070