

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

第二屆 IMAS 小學高年級組第二輪檢測試題詳解

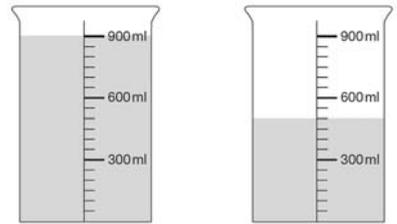
1. 根據已知貨幣兌換匯率，小明一共兌換了 $\frac{15700}{6.28} = 2500$ 美元。旅行結束後，他還剩 $2500 - 1612 = 888$ 美元，所以他總共可以兌換回 $6.25 \times 888 = 5550$ 元 A 國貨幣。故選(A)。

答案：(A)

2. 因為兩個奇數之和為偶數，所以選項(A)不正確；由 $1 + 2 = 3$ 可知選項(B)不正確；因為 2 和 3 都是質數且它們的和為奇數，所以選項(C)不正確。因為 $1+1=2$ 是質數，所以選項(D)不正確。在連續三個正整數中，如果第一個數不能被 3 整除，那麼它除以 3 只能是餘 1 或 2。若第一個數除以 3 餘 1，則第三個數能被 3 整除；若第一個數除以 3 餘 2，則第二個數能被 3 整除。所以選項(E)正確。

答案：(E)

3. 由圖可知每 6 格刻度對應 300 ml，所以每格刻度為 50 ml。觀察可知左邊的杯子比右邊的杯子多 $50 \times 8 = 400$ ml，所以需要從左邊的杯子往右邊的杯子倒入 $\frac{400}{2} = 200$ ml 水。

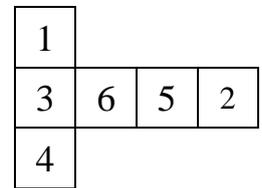


答案：(D)

4. 根據能被 3 整除的數的性質（該數的各位數碼之和能被 3 整除），可以立即排除選項(B)和(D)。再根據能被 4 整除的數的性質（該數的末兩位數能被 4 整除），可以排除選項(E)。由於 201312 不能被 7 整除，所以選(C)，其實， $201348 = 3 \times 4 \times 7 \times 2397$ 。

答案：(C)

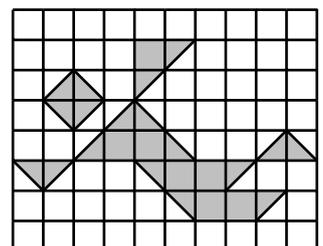
5. 由於選項的五個骰子中，點數為 3 的一面出現的次數比較多，所以我們圍繞它進行觀察。如果 A 和 B 是相同的骰子，那麼只能是 A 上下倒置得到 B，這樣可以得到 1 的對面是 4，這和 C 是矛盾的，所 A、B 和 C 中必有一個是不同的。再者，如果 C 和 D 是相同的骰子，那麼只能是 C 向右旋轉 90° 得到 B，這樣可以得到 1 的對面是 2，這和 E 是矛盾的，所 C、D 和 E 中必有一個是不同的。因此，C 骰子與其他四個骰子不可能相同。其他四個骰子的展開圖可能如右圖：



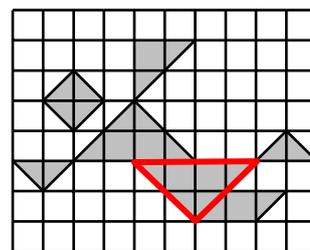
答案：(C)

6. 【解法一】方格表共有 $8 \times 10 = 80$ 個小方格。陰影部分有 18 個直角邊為 1 的小直角等腰三角形（即 9 個方格）和 7 個小方格，因此陰影部分占了 $9 + 7 = 16$ 個小方格。

所以陰影部分占方格表總面積的 $\frac{16}{80} \times 100\% = 20\%$ 。



【解法二】方格表面積為 $8 \times 10 = 80$ 。觀察可知陰影部分是由七巧板拼成的圖案，所以它的面積是紅色三角形面積的 4 倍。所以陰影部分面積為 16，占方格表總面積的 $\frac{16}{80} \times 100\% = 20\%$ 。



答案：20%

7. 【解法一】乙改為騎自行車時已經落後甲 $(6-4) \times 2 = 4$ km，所以乙後來用了 $4 \div (10-6) = 1$ 小時追上甲，這時他們同時到達 B 地。所以甲從 A 地到 B 地共用了 3 小時，從而 A 和 B 兩地相距 $6 \times 3 = 18$ km。

【解法二】設乙改為騎自行車後又行駛了 t 小時，到達 B 地。則

$$2 \times 4 + 10t = 2 \times 6 + 6t,$$

解得 $t = 1$ 。

故 A 和 B 兩地相距 $2 \times 4 + 10 \times 1 = 18$ km。

答案：18 km

8. 【解法一】由於買一杯飲料加 1 元可再送一杯，所以買 4 杯加 4 元可以得到 8 杯飲料，共有 9 個人，所以還需買一杯，共花費 $4 \times 7 + 4 + 7 = 39$ 元。

【解法二】可知買一杯 7 元橙汁加 1 元可再送一杯橙汁，故知每二杯橙汁最少需花費 8 元。現有 9 人，故需 9 杯。因 $9 = 2 \times 4 + 1$ ，故知花費最少的方式 $4 \times 8 + 1 \times 7 = 39$ 元。

答案：39 元

9. 設此次宴會共有 x 位男士、 $35-x$ 位女士，因為男士與女士握手的次數等於女士與男士握手的次數，所以

$$4x = 6(35 - x)$$

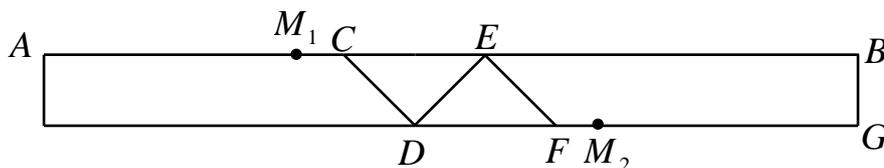
解得 $x = 21$ 。

故此次宴會一共有 21 位男士參加。

答案：21 位

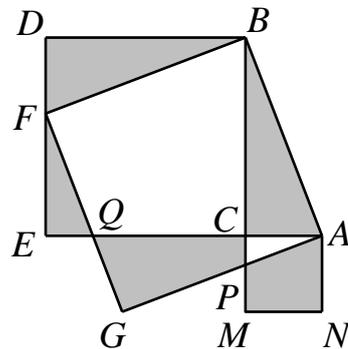
10. 將摺好的紙條再次展開，摺痕應如下圖所示。由條件知 $AM_1 = GM_2$ 。由 $CM_1 = FM_2 = 3$ 知 $AC = FG$ ，因此整個圖形關於紙條的中心對稱，故

$$AC = \frac{30}{2} - 3 - \frac{3}{2} = 10.5 \text{ cm}。$$



答案：10.5 cm

11. 設 AG 與 CM 交於點 P ， EC 與 FG 交於點 Q 。由勾股定理可知正方形 $BFGA$ 的面積等於正方形 $BDEC$ 與 $ACMN$ 的面積之和。根據這些正方形的重疊情況，可知陰影部分的面積等於 $2(S_{\triangle ABC} + S_{CQGP})$ 。觀察可知 $\triangle ABP$ 和 $\triangle AQG$ 的大小相同，且 $\triangle ACP$ 是它們的公共部分，所以它們剩下的部分的面積相等，也就是 $S_{\triangle ABC} = S_{CQGP}$ 。所以圖中陰影部分的面積等於 $4S_{\triangle ABC} = 48 \text{ cm}^2$ ，從而 $\triangle ABC$ 的面積為 12 cm^2 。



【評注】解答中用到 $\triangle ABP$ 與 $\triangle AQG$ 的面積相等，我們在這裏不是考察學生是否掌握證明兩個三角形全等的知識，而是考察學生是否能夠通過觀察，從直觀上判斷 $\triangle ABP$ 與 $\triangle AQG$ 是兩個相同的直角三角形。

答案： 12 cm^2

12. 【解法一】一根繩子對折 1 次得到 2 股繩子；對折 2 次得到 4 股繩子；對折 3 次得到 8 股繩子；對折 4 次得到 16 股繩子；對折 5 次得到 32 股繩子；對折 6 次得到 64 股繩子。若這根繩子對折 6 次後從中間剪開，則 64 股繩子中的每股都被剪斷，也就是這根繩子共有 64 處不同的地方被剪斷，所以共得到 65 段。

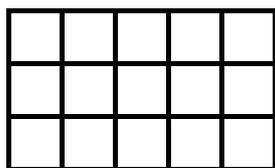
【解法二】一根繩子對折幾次後從中間剪開得到的段數有以下規律：

- 對折一次後從中間剪開可以分成 3 段， $2^1 + 1 = 3$ ；
- 對折兩次後從中間剪開可以分成 5 段， $2^2 + 1 = 5$ ；
- 對折三次後從中間剪開可以分成 9 段， $2^3 + 1 = 9$ ；
- 對折四次後從中間剪開可以分成 17 段， $2^4 + 1 = 17$ ；
- 對折五次後從中間剪開可以分成 33 段， $2^5 + 1 = 33$ ；
- 對折六次後從中間剪開可以分成 65 段， $2^6 + 1 = 65$ 。

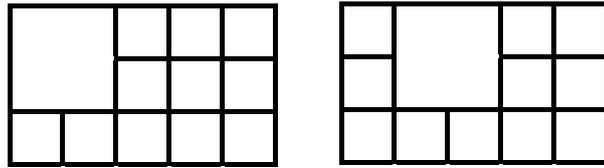
答案：65 段

13. 因為鋪滿一個長 50 cm，寬 30 cm 的長方形區域最多能用到 2 塊邊長為 20 cm 的正方形瓷磚，並且邊長為 20 cm 的正方形瓷磚鋪好後，剩下的位置只能鋪邊長為 10 cm 的正方形瓷磚。所以我們對用到邊長為 20 cm 的正方形瓷磚的數量分情況討論：

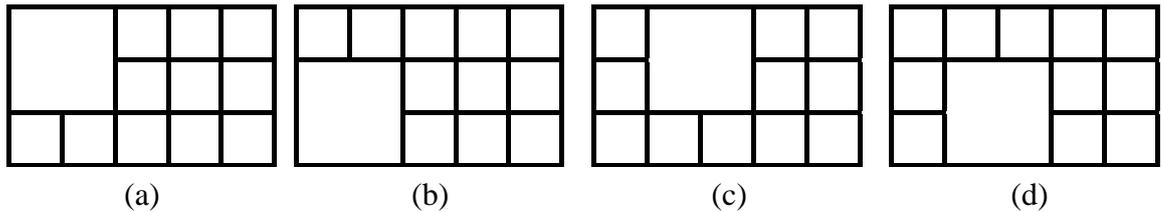
(1) 只用邊長為 10 cm 的正方形瓷磚，只有 1 種鋪法：



(2) 用到 1 塊邊長為 20 cm 正方形瓷磚。邊長為 20 cm 正方形瓷磚共有 8 種擺放位置（下圖是其中兩種擺放位置）。



(3) 用到 2 塊邊長為 20 cm 正方形瓷磚。由於長方形區域的寬為 30 cm，所以這兩塊瓷磚只能是一塊在左邊一塊在右邊。我們根據在左邊且邊長為 20 cm 的正方形瓷磚的位置來分類，有以下四種情況：



在(a)中，在右邊且邊長為 20 cm 的正方形瓷磚(下面簡稱右邊的瓷磚)有 4 種擺放位置。在(b)中，右邊的瓷磚有 4 種擺放位置。在(c)中，右邊的瓷磚有 2 種擺放位置。在(d)中，右邊的瓷磚有 2 種擺放位置。

綜上所述，共有 $1+8+4+4+2+2=21$ 種不同的拼法。

答案：21 種

14. 設 n 到 $n+100$ 之間(包括 n 和 $n+100$)的 6 個完全平方數為

$$m^2、(m+1)^2、\dots、(m+5)^2。$$

因為當 $m \geq 8$ 時， $(m+5)^2 - m^2 = 10m + 25 > 100$ ，所以 $m \leq 7$ 。

由題目可知 $(m+5)^2$ 後面的完全平方數 $(m+6)^2$ 大於 $n+100$ ， m^2 前面的完全平方數 $(m-1)^2$ 小於 n ，所以 $(m+6)^2$ 與 $(m-1)^2$ 的差大於 100，即

$$(m+6)^2 - (m-1)^2 = 14m + 37 > 100，由此可得 $m \geq 5$ 。即 $5 \leq m \leq 7$ 。$$

當 $m=5$ 時，這 6 個完全平方數為 25、36、49、64、81、100。因為 25 前面一個完全平方數為 16、100 後面一個完全平方數為 121，所以 n 可以取 17 至 20 的這 4 個正整數。

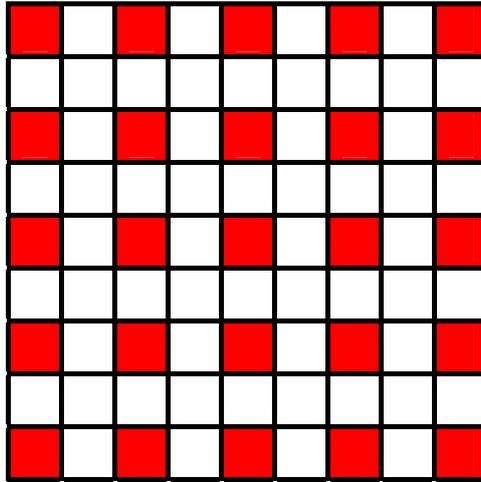
當 $m=6$ 時，這 6 個完全平方數為 36、49、64、81、100、121。因為 36 前面一個完全平方數為 25、121 後面一個完全平方數為 144，所以 n 可以取 26 至 36 的這 11 個正整數。

當 $m=7$ 時，這 6 個完全平方數為 49、64、81、100、121、144。因為 49 前面一個完全平方數為 36、144 後面一個完全平方數為 169，所以 n 可以取 44 至 49 的這 6 個正整數。

綜上所述，滿足要求的 n 的個數為 $4+11+6=21$ 個。

答案：21 個

15. 如圖所示，將棋盤上位於奇數行奇數列的小正方形塗成紅色，一共有 $5 \times 5 = 25$ 個紅色正方形。



將這三片拼板統稱為多方塊，個別地將三單位正方形的拼板稱為三方塊。顯然，在給定的三種多方塊中，每一片多方塊至多可以覆蓋 1 個紅色正方形。因此至少需要 25 片多方塊才可以覆蓋整張棋盤。如果三方塊使用了 m 片，另兩種共用了 n 片，那麼

$$m + n \geq 25。 \quad (1)$$

現在，每片三方塊可以覆蓋棋盤上 3 個正方形，另外兩種每片可以覆蓋 4 個正方形，則

$$3m + 4n = 9 \times 9 = 81。 \quad (2)$$

根據 (2) 式，可得

$$4n = 81 - 3m，$$

根據 (1) 式，得

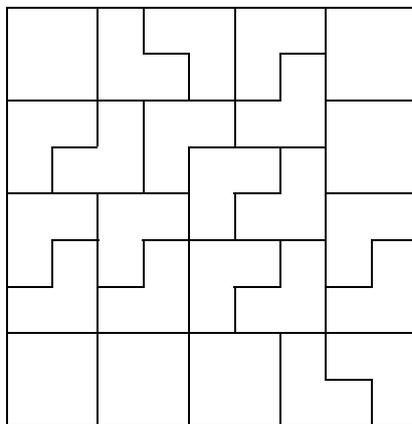
$$4m + 4n \geq 100。 \quad (3)$$

因此

$$4m + (81 - 3m) \geq 100，$$

解得 $m \geq 19$ 。

所以至少需要 19 片三單位正方形的拼板，下面是一種滿足要求的覆蓋方式：



答案：19 片

【評注】因為用到的多方塊共 25 片，而三方塊有 19 片，所以只有 6 片是其他的形狀。因為三方塊能擺放的位置比較靈活，所以構造一種覆蓋方式並不困難。一般只需適當放置好 6 片四單位正方形的拼板，剩下的位置都能用三方塊覆蓋。例如，下面是另一種覆蓋方式：

