

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

# AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION

## SPONSORED BY THE COMMONWEALTH BANK

AN ACTIVITY OF THE AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST

AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST



CommonwealthBank



姓 名：

年 級：

監考老師：

## 2013 澳洲 AMC 數學能力檢定

### 中級卷

(9—10 年級)

考試時間：75 分鐘

### 注意事項

#### 一般規定

1. 未獲監考老師許可之前不可翻開此測驗題本。
2. 各種通訊器材一律不得攜入考場，不准使用電子計算器、計算尺、對數表、數學公式等計算器具。作答時可使用直尺與圓規，以及兩面全空白的草稿紙。
3. 題目所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。
4. 最前 25 題為選擇題，每題有五個選項。最後 5 題要求填入的答案為 000 至 999 的正整數。題目一般而言是依照越來越難的順序安排，對於錯誤的答案不會倒扣分數。
5. 本活動是數學競賽而不同於學校測驗，別期望每道題目都會作。考生只與同地區同年級的其他考生評比，因此不同年級的考生作答相同的試卷將不作評比。
6. 請依照監考老師指示，謹慎地在答案卡上填寫您的基本資料。若因填寫錯誤或不詳所造成之後果由學生自行負責。
7. 進入試場後，須等待監考老師宣佈開始作答後，才可以打開題本進行答題。

#### 作答須知

1. 限用 B 或 2B 鉛筆填寫答案。
2. 請用 B 或 2B 鉛筆在答案卡上（不是在題本上）將您認為正確選項的圓圈塗滿。
3. 您的答案卡將由電腦閱卷，為避免電腦誤判，請不要在答案卡上其他任何地方塗劃任何記號。填寫答案卡時，若需要修改，可使用軟性橡皮小心擦拭，並確定答案卡上無殘留痕跡。

#### 特別約定

為確保競賽之公平性及認證成績優異學生，AMC 主辦單位保留要求考生重測之權利。

---

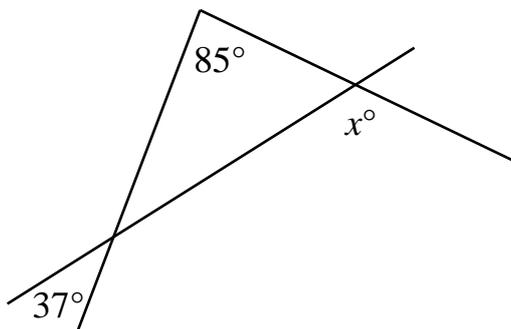
## 中級卷

---

### 1-10 題，每題 3 分

1. 算式  $2013 + 2014 + 2015$  等於  
(A) 642      (B) 2016      (C) 6022      (D) 6032      (E) 6042
- 

2. 請問在下圖中，請問  $x$  之值等於多少？



- (A) 48      (B) 85      (C) 122      (D) 132      (E) 143
- 

3. 若一個正整數的各位數碼只能是 3 或 5。關於這個數的敘述，請問下列哪一項恆為真？

- (A) 可被 3 整除      (B) 可被 5 整除      (C) 是質數  
(D) 是偶數      (E) 是奇數
- 

4. 已知二個數的平均為其中較小的數之二倍，若較大的數為 12，請問較小的數是什麼？

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 6      (E) 8
- 

5. 一個三角形的底之長度為在此底上的高之長度的 3 倍，且此三角形的面積為  $24 \text{ cm}^2$ 。請問這個底與其上的高之長度總和為多少 cm？

- (A) 12      (B) 13      (C) 14      (D) 15      (E) 16
- 

6. 一個正二十面體是一個有二十個面的多面體，其中每一個面都恰好與另一個面相對。我將它的每一個面上分別標記一個 1 到 20 的數，使得每一對相對的面上所標記的數之和都相等。請問標記在 8 的面之對面上的數是什麼？

- (A) 11      (B) 12      (C) 13      (D) 14      (E) 15
- 

7. 若  $p=4b+26$  且  $b$  為正整數，則  $p$  不可能被下列哪一個數整除？

- (A) 2      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7
-

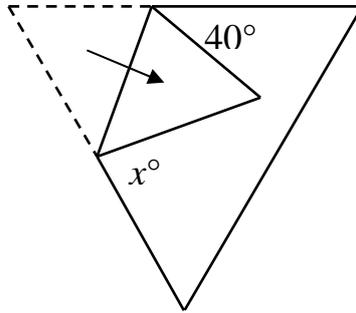
8. 當我呼喊我的兩隻狗回來時，它們都在沙灘上跑步。跑得較快的狗距離我 100 m 而跑得較慢的狗距離我 70 m。跑得較快的狗之速度是跑得較慢的狗之二倍。當跑得較快的狗到達我身邊時，請問另一隻狗還離我多遠？

(A) 15 m      (B) 20 m      (C) 30 m      (D) 40 m      (E) 50 m

9. 當  $x = \frac{2}{3}$  時， $x^2 + \frac{1}{x^2}$  的值最接近

(A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

10. 將一張正三角形紙片的一個角落往內摺疊，如圖所示。



請問  $x$  的值是什麼？

(A) 60      (B) 70      (C) 80      (D) 90      (E) 100

### 11-20 題，每題 4 分

11. 從 1 開始造出如下的數列：

1、2、4、8、16、22、24、28、...

每一個數加上自己的個位數，成為下一個數。請問此數列總共有多少個數小於 1000？

(A) 10      (B) 100      (C) 101      (D) 200      (E) 201

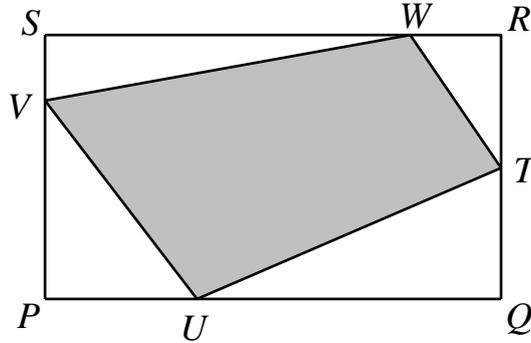
12. 在六面體骰子的各個面上寫上數 1、2、2、3、3 與 3。投擲二個這樣的骰子，並將朝上的面所顯示之數相加。請問所得到的和為奇數的機率是什麼？

(A)  $\frac{1}{9}$       (B)  $\frac{2}{9}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{4}{9}$       (E)  $\frac{5}{9}$

13. 若  $x^2 = x + 3$ ，則  $x^3$  等於

(A)  $x + 6$       (B)  $2x + 6$       (C)  $3x + 9$   
 (D)  $4x + 3$       (E)  $27x + 9$

14. 在矩形  $PQRS$  中，點  $T$  為邊  $QR$  的中點、點  $U$  在  $PQ$  上使得  $PU:UQ = 1:2$ 、點  $V$  在  $SP$  上使得  $SV:VP = 1:3$ 、點  $W$  在  $RS$  上使得  $RW:WS = 1:4$ 。若矩形  $PQRS$  的面積為 120，請問四邊形  $TUVW$  的面積為多少？

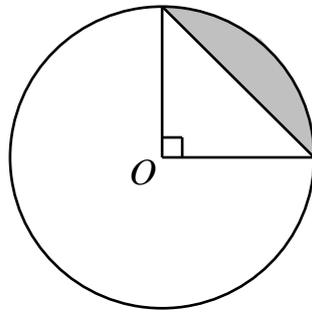


- (A) 67      (B) 70      (C) 72      (D) 75      (E) 77

15. 三角形的三邊長分別為 1、 $a$  及  $2a$ 。請問下列何者為  $a$  的可能取值範圍？

- (A)  $\frac{1}{3} < a < 1$       (B)  $0 < a < \frac{1}{3}$       (C)  $a < 1$   
 (D) 所有的  $a > 0$       (E) 不存在這樣的  $a$  值

16. 在下圖中，圓心為  $O$ ，陰影的弓形面積為  $1 \text{ cm}^2$ 。請問此圓的半徑為多少  $\text{cm}$ ？

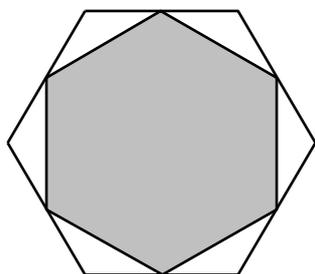


- (A)  $\sqrt{\frac{4}{\pi}}$       (B)  $\frac{8}{\pi}$       (C)  $\sqrt{\frac{4}{\pi-2}}$       (D)  $\frac{4}{\pi}$       (E)  $2\sqrt{\pi}$

17. 小丹和小貞都有一個長度為 1 m 的捲尺。小丹的捲尺因曾經被門卡住而拉長了 4 cm，小貞的捲尺因曾經放在衣服口袋中水洗而縮水了 5 cm。然而，兩人的捲尺上刻度仍是均勻分佈的。兩人分別拿各自的捲尺去測量校園的長度，若小丹測出的長度為 23.75 m，請問小貞測出的長度應該是什麼？

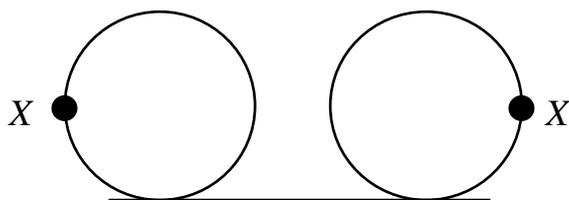
- (A) 23 m      (B) 24 m      (C) 25 m      (D) 26 m      (E) 27 m

18. 下圖中的正六邊形中，依序連接其各邊的中點而構成陰影部分的正六邊形。請問陰影部分佔大正六邊形的幾分之幾？



- (A)  $\frac{3}{4}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C)  $\frac{5}{6}$       (D)  $\frac{1}{2}$       (E)  $\frac{7}{8}$

19. 滾動一個半徑為  $r$  的圓型輪子，並在沒有滑動的情況下轉動半圈。下圖中的點  $X$  由初始的位置移到水平直徑的另一端。



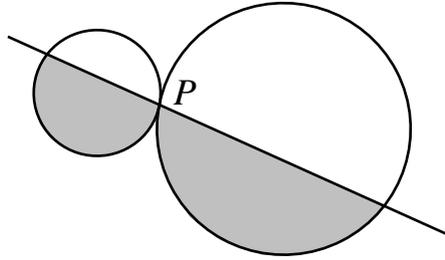
請問點  $X$  的初始位置與最終位置的距離是多少？

- (A)  $2\pi r$       (B)  $(\pi + 2)r$       (C)  $(\pi - 2)r$   
 (D)  $2(\pi + 1)r$       (E)  $2(\pi - 1)r$
20. 兩位球員進行乒乓球對打，每場比賽必須對打數局，每一局記錄有得分數。在一局中哪位球員率先獲得 4 分者便可贏得此局；在一場比賽中率先贏得 6 局者便可贏得此場比賽。現已知在一場乒乓球比賽中，獲勝的球員總共得  $W$  分、落敗的球員總共得  $L$  分。請問  $L - W$  的最大可能值是什麼？
- (A)  $-6$       (B)  $-4$       (C)  $0$       (D)  $12$       (E)  $14$

### 21-25 題，每題 5 分

21. 將 1、2、3、4、5、6 排成一列，請問共有多少種方式會使得任意相鄰二數之乘積都為偶數？
- (A) 64      (B) 72      (C) 120      (D) 144      (E) 720

22. 半徑分別為 1 與 2 的二個圓互相外切於點  $P$ 。一條經過點  $P$  的直線將這二個圓所圍成的區域分割為面積比為 1 : 2 (圖中陰影部份 : 無陰影部份) 的二塊。請問此直線將小圓分割成二塊的面積比 (圖中無陰影部份 : 陰影部份) 是什麼 ?

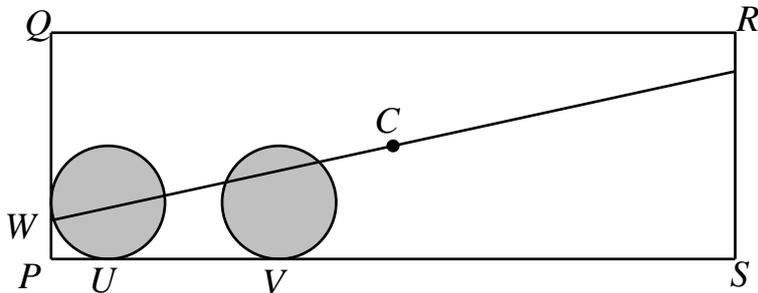


- (A) 1 : 2      (B) 2 : 5      (C) 1 : 3      (D) 2 : 7      (E) 1 : 4

23. 請問有多少個正整數  $n$  值可以使得  $2n+1$  為  $8n+46$  的因數 ?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

24. 下圖矩形  $PQRS$  的中心為點  $C$ ，已知  $PQ = 4$ 、 $PS = 12$ 。二個塗上陰影且半徑都是 1 的圓分別與  $PS$  相切於點  $U$  與點  $V$ ，其中  $PU = 1$ 、 $PV = 4$ 。若直線  $CW$  將非陰影區域切為面積相等的二塊區域，請問  $PW$  的長度是什麼 ?



- (A)  $\frac{2}{7}$       (B)  $\frac{2}{5}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{1}{3}$       (E)  $\frac{1}{2}$

25. 在西元 3013 年，某國國王被罷黜了。現有五位伯爵爭論由其中哪一位來接任王位，且由哪一位另外的人擔任財務大臣。

- 只有當 D 或 E 接任財務大臣時 A 才會同意；
- 只有當 C 接任財務大臣時 B 才會同意；
- 只有當 D 接任國王或財務大臣時 C 才會同意；
- 只有當 A 接任國王或財務大臣時 D 才會同意；
- 只有當 A 不接任國王時 E 才會同意。

已知不可能使得這五位伯爵都同意，因此他們達成最後協議，他們指定的國王與財務大臣必須徵得其他三人的同意。請問誰可接任國王 ?

- (A) A      (B) B      (C) C      (D) D      (E) E

問題 26~30 的答案為 000~999 之間的整數，  
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題佔 6 分，第 27 題佔 7 分，第 28 題佔 8 分，  
第 29 題佔 9 分，第 30 題佔 10 分。

26. 已知四位數  $\overline{pqrs}$  滿足  $\overline{pqrs} \times 4 = \overline{srqp}$ 。若  $p=2$ ，請問三位數  $\overline{qrs}$  的值是什麼？
- 
27. 用三個非零且互不同的數碼可以組成六個不同的三位數。已知其中五個數之和為 3231，請問第六個數是什麼？
- 
28. 在一場曲棍球比賽中，如果在比賽中兩支交手球隊的進球數之差從未超過 2 時，則稱這兩支球隊「實力相當」。若兩支球隊共進 12 球且兩支球隊一直處於「實力相當」的情況，請問整個球賽共有多少種不同可能的賽況？
- 
29. 請問共有多少組正整數對  $(a, b)$  使得  $a, b$  都是  $6^6$  的因數且  $a$  是  $b$  的因數？
- 
30. 正整數  $N$  的數碼都是 0 或 1，將  $N$  除以 37 時所得的餘數為 18。請問  $N$  的所有數碼中，最少有多少個 1？
- 

\*\*\*