

# 納 西 爾 丁

納西爾丁 (Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, Muḥammad ibn Muḥammad ibn al-Ḥasan) 1201 年 2 月 18 日生於波斯的圖斯 (Ṭūs 今屬伊朗東部霍臘散省)；1274 年 6 月 26 日卒於巴格達附近的卡濟邁因 (Kadhimain)。數學、天文學、邏輯學、哲學、倫理學、礦物學。

納西爾丁之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Al-Tusi\\_Nasir.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Al-Tusi_Nasir.html)

# 納西爾丁

王青建

(遼寧師範大學)

納西爾丁 (Naṣīr al-Dīn al-Tūsī, Muḥammad ibn Muḥammad ibn al-Hasan) 1201 年 2 月 18 日生於波斯的圖斯 (Tūs 今屬伊朗東部霍臘散省)；1274 年 6 月 26 日卒於巴格達附近的卡濟邁因 (Kadhimain)。數學、天文學、邏輯學、哲學、倫理學、礦物學。

納西爾丁也常被稱為阿爾圖斯 (al-Tūsī)，源於他的誕生地圖斯。圖斯是當時阿拉伯的文化中心之一，出現過許多知名學者。納西爾丁的父親是圖斯伊斯蘭教什葉派的法理學家。納西爾丁早年跟隨父親學習宗教，又跟隨住在同一城市的舅舅學習邏輯學、自然哲學和玄學，同時接受了代數學和幾何學的教育。後來到內沙布爾 (Nīshāpur) 深造，受到正規教育。內沙布爾當時也是阿拉伯的主要學術中心之一，人才薈萃。納西爾丁的教師達馬德 (al-Dāmād) 是阿拉伯著名哲學家、科學家伊本西那 (Ibn Sīna, 拉丁名阿維森納, Avicenna) 的第 5 代門徒。因此納西爾丁能夠讀到伊本西那流傳下來的課本，並開始研究醫學和數學，逐漸成名。

此時蒙古人正大舉西進，阿拉伯帝國已到末日，人心惶惶。爲了尋求寧靜的學者生活，納西爾丁應伊斯梅利 (Ismā'īlī) 要塞統治者穆赫塔希姆 (Muhtashim) 邀請，於 1232 年前到了那裡，輾轉於庫希斯坦 (Quhistan)、阿拉穆特 (Alamut) 等要塞居住，寫下一批數學、哲學、倫理學和邏輯學方面的論著。

1256 年，蒙古遠征首領旭烈兀 (Hūlāgū 或 Hülegü, 約 1217 -

1265，成吉思汗之孫) 征服波斯北方，佔領了阿拉穆特等要塞。旭烈兀喜愛天文學，因而敬重天文學家。他將納西爾丁收入朝中，擔任科學顧問，並奉以厚薪。1258年納西爾丁隨旭烈兀遠征巴格達。後來又到過伊拉克什葉派中心城鎮希拉 (Hilla，今 Hillah) 等地。旭烈兀建立伊兒汗國後，經旭烈兀批准，納西爾丁於 1259 年在邁拉蓋 (Marāgha，今伊朗西北部大不里士城南) 開始建造天文台，後擔任該天文台的科學領導工作。他招賢納士，著書立說，使邁拉蓋天文台成爲當時的重要學術中心。他還製作了許多先進的天文觀測儀器，進行了精密的觀測，於 1271 年完成《伊兒汗曆數書》的編制工作。1274 年納西爾丁在巴格達患病。一月後逝於巴格達附近的卡濟邁因，葬於距巴格達幾英里處的七世紀伊斯蘭什葉派首領穆薩阿爾卡濟姆 (Musa al-Kāzim) 陵墓附近。

已知的納西爾丁論著和書信多達 150 種，主要用阿拉伯語寫成，亦有 25 種是用波斯文寫成的。他的個別論著中出現土耳其語。據說他還懂得希臘語。納西爾丁的論著涉及當時伊斯蘭世界的所有學科，其中以數學、天文學、邏輯學、哲學、倫理學和神學影響較大。這些論著不僅在伊斯蘭世界被奉爲經典，也對歐洲科學覺醒乃至整個世界文化產生較大影響。據說納西爾丁製作的天文儀器被中國借鑒。

## 數學

納西爾丁在數學上主要有三部著作，分別論述算術、幾何和三角學。

《算板與沙盤計算方法集成》(*Jawāmi‘ al-hisāb bi’l-takht wa’l turāb*) 主要講算術。他繼承了阿拉伯數學家，天文學家奧馬海亞姆的算術成果，將數的研究擴展到無理數等領域，並在書中採用

了印度數碼。該書還涉及帕斯卡三角形，即二項式係數構成的三角形。它在阿拉伯國家最早是由十一世紀數學家凱拉吉 (al-Karajī) 構造出來的，納西爾丁可能受此啓發而載述。書中還討論了求一個數的四次或四次以上方根的方法，成爲現存的記載這種方法的最早論著。納西爾丁與他在邁拉蓋的同事一起發展的計算技術後來由卡西 (al-Kashī) 等數學家繼續研究，取得若干重要成果。數論中“兩個奇平方數的和不可能是一個平方數”這一定理歸功於納西爾丁。

《令人滿意的論著》(*al-Risāla al-Shāfiya*) 主要論述幾何學，特別是歐幾里得平行公設。此外，納西爾丁曾兩次修訂和註釋歐幾里得的《幾何原本》，同樣對平行公設作了較深入的探討。歐幾里得平行公設是阿拉伯數學家研究幾何學的主要內容，塔比伊本庫拉 (Thābit ibn Qurra)、奧馬海亞姆等人都對此做出過貢獻。納西爾丁試圖利用歐幾里得的其它公理和公設證明第五公設 (即平行公設)，他沿用奧馬海亞姆的四邊形方法，假設一個四邊形  $ABCD$  中， $AB$  和  $CD$  相等且均垂直於  $BC$  邊， $\angle A$  與  $\angle D$  相等。他證明了如果  $\angle A$  與  $\angle D$  是銳角，則可推出一個三角形的內角和小於  $180^\circ$ 。這正是非歐幾何中羅氏幾何的基本命題。納西爾丁在有關平行公設的論述中得到一系列與平行公設等價的命題，成爲非歐幾何前史的重要里程碑。他的工作由義大利數學家 G. 薩凱里 (Saccheri) 等人發揚光大，並最終導致十九世紀非歐幾何學的建立。

《橫截線原理書》(*Kashf al-qinā' fī asrār Shakl al-qitā'*) 被稱爲是納西爾丁最重要的數學論著，主要研究三角學。書名的字面意思爲“由截線組成的圖形”，其中的圖形指“完全四邊形”，即四根直線，或是球面上四個大圓弧的總和，要求任一直線或弧都與其餘直線或大圓弧相交於三點，因此該論著也常被譯爲《論完全四邊形》。這是數學史上流傳至今的最早的三角學專著。在此之

前，三角學知識散見於天文學論著中，是附屬於天文學的一種計算方法，納西爾丁的工作開始使三角學脫離天文學，使之成爲純粹數學的一個獨立分支。

《橫截線原理書》共分五卷。卷 1 爲了論述三角學的需要而發展了希臘數學中的比例論。納西爾丁從比的乘積的定義出發，認爲每一個比都是一個數，從而成對的比值遵循乘法的交換律。他還給出合成比的一系列性質，擴展了數的運算；卷 2 論述完全四邊形，給出與之相關的一些定理的證明；卷 3 論述平面三角函數，用平面圓定義了弧的正弦，並首次明確陳述了正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$
；卷 4 論述球面完全四邊形；卷 5 對球面三角形進行分類，引入了除弧的正弦外其它 5 種球面三角函數概念，第一次給出球面直角三角形中的 6 種邊角關係式：設  $c$  是該三角形的斜邊，則有  $\cos c = \cos a \cdot \cos b$ 、 $\cot A = \tan b \cdot \cot c$ 、 $\cos c = \cot A \cdot \cot B$ 、 $\sin b = \sin c \cdot \sin B$ 、 $\cos A = \cos a \cdot \sin B$ 、 $\sin b = \tan b \cdot \cot A$ ，這實際已表明，由球面三角形的三個角，可以求得其三邊；由三條邊亦可求得三個角。這是平面三角與球面三角差異的重要標誌。納西爾丁沒有借用古希臘的門納勞斯 (Menelaus) 定理或有關的天文學知識，開始了對三角函數本身的研究。他還藉助球面極三角形來求解一般的球面三角形。他的著作於十五世紀傳入歐洲，促進了三角學的創立和傳播。

除了歐幾里得《原本》外，納西爾丁還修訂和註釋過古希臘數學家、天文學家奧托利科斯 (Autolycus of Pitane)、阿利斯塔克 (Aristarchus of Samos)、阿波羅尼奧斯 (Appollonius)、阿基米德 (Archimedes)、許普西克勒斯 (Hypsicles of Alexandria)、西奧多修斯 (Theodosius of Bithynia)、門納勞斯 (Menelaus of Alexandria) 和托勒密 (Ptolemy) 等人的著作，其中一些成爲當時學生學習數學的教本，在伊斯蘭世界廣泛流傳。

## 天文學

納西爾丁是一位聲名顯赫的天文學家，其主要貢獻如下：

(1) 建造了當時最先進的天文台——邁拉蓋天文台。由於得到旭烈兀的支持，納西爾丁有財政保障，建台資金主要來自教會接受的捐贈。天文台建成後吸引了各地學者前來工作，其中還包括一位姓名未能考定的中國人。納西爾丁的兩個兒子也在此工作。天文台中裝備精良，有大型壁式象限儀(mural quadrant)、裝有 5 個環和一個照準儀的渾儀，具有兩個象限儀的平徑環儀、星位角尺等。天文台還附有一個藏書豐富的圖書館，據稱存有“所有科學書籍”。該天文台成爲伊斯蘭世界的學術中心，對當時各種學科的復興起了重要作用。

(2) 編寫了一批天文學論著。邁拉蓋天文台組建期間，納西爾丁與合作者積十餘年的觀測結果，於 1271 年編成《伊兒汗曆數書》(*Zīj-i Ilkhānī*，西方稱《伊兒汗天文表》)。該書用波斯文寫成，後譯爲阿拉伯文，其中一部分 1650 年在倫敦被譯爲拉丁文。書中主要貢獻是測定歲差常數爲每年  $51''$ 。納西爾丁的另一天文著作是《天文學寶庫》(*Tadhkirah*)，其中對托勒密的天文學體系作了批評，提出建立行星運動新理論的計劃，是中世紀天文學中唯一的新數學模型方法，對後繼天文學家有較大影響，很可能影響到哥白尼天文理論的創建。在該書第 13 章中納西爾丁證明了下述定理：“如果一個圓在一定圓內沿定圓的圓周滾動，前者的半徑是後者的一半，則該圓周上任一點的軌跡是一條直線，且是圓的直徑”。納西爾丁將它應用於行星理論中，解釋行星的視運動。此外，納西爾丁對托勒密的《天文學大成》(*Almagest*) 作了評註，將蘇菲 (Abd al-Rahān al-Sūfī) 的《恆星圖形》(*Suwar al-Kawākib*) 一書由阿拉伯文譯爲波斯文，還寫過有關星盤等方面的專題論著。

(3) 收藏和製作了許多精密的天文觀測儀器。其中有些儀器的

製作原理隨納西爾丁的天文學著作在蒙古人入侵時流傳到中國。據《元史》載，元初在中國的阿拉伯人札馬魯丁 (Jamal al-Dīn) 曾“造西域儀象”七件，其中有些儀器與邁拉蓋天文台造的儀器非常相像。據推測，札馬魯丁可能自邁拉蓋天文台來中國，他為中阿科技交流作出過重要貢獻。此外，邁拉蓋天文台的影響還波及印度，十八世紀賈伊辛格二世 (Jai Singh II) 在德里等地建造天文台時便採用了邁拉蓋天文台的結構。

## 其它貢獻

納西爾丁在伊斯蘭世界被譽為“智者”的傑出榜樣，除上述成就外，其貢獻還涉及邏輯學、哲學、倫理學、礦物學以及神學、星占學等多種領域。

納西爾丁在邏輯學方面共寫了五本書。其中最重要的一部是《推理基礎》(*Asās al-iqtibās*)，被認為是當時此類書中內容最豐富的論著之一。該書用波斯文寫成，主要闡述研究邏輯與數學關係的一種新方法。他指出條件合取三段論法優於古希臘傳統的直言三段論，並將邏輯術語用數學符號表示出來。他還區別了“物質”(substance) 一詞在哲學與其它科學中含義的不同，闡明了範疇與邏輯之間的關係。

納西爾丁的哲學貢獻主要是為伊本西那的哲學論著《指導與證明之書》(*al-Ishārāt wa'l-tabīhāt*) 作了權威性的評註，與其他穆斯林哲學家的著作不同之處在於它近乎數學般的精確性，致使哲學在伊斯蘭世界得以復興。他被認為是阿拉伯亞里士多德學派的主要代表人物之一，其哲學思想在某些方面具有泛神論和唯物主義的因素，因而受到伊斯蘭教正統派神學家的敵視。他的哲學著作多用波斯文寫成，對阿拉伯、中亞各族以及封建時期西歐科學與哲學的發展有較大影響。

納西爾丁著有兩本波斯文的倫理學專著：《穆赫塔希米倫理學》(*Akhlāq-i muḥtashimī*) 以及《納西爾倫理學》(*Akhlāq-ināsiri*)，後者約成書於 1232 年，是他最著名的作品。他擴展了柏拉圖傳統的倫理思想，與亞里士多德倫理理論和伊斯蘭教義結合起來，系統論述了其倫理學的哲學體系，並詳述心理學和精神康復等方面的內容。該書在印度和波斯等穆斯林中成爲最普及的倫理學著作，影響達幾個世紀。

《珍貴材料之書》(*Tanksūkh-nāma*) 是納西爾丁的主要礦物學論著，亦用波斯文寫成。它基於前人的同類著作，共分 4 章，分別論述了礦物的自然屬性，寶石的物性、價格及醫用性能，煉金術的金屬構成理論等。其中礦物學名詞成爲波斯科學中有關術語的語源依據。

納西爾丁的科學論著還包括一部《醫學原理》(*Qawānīn al-tibb*)，但影響不大，此外，納西爾丁被認爲是一位神學家，他的《感情受藝術的作用而引起的淨化》(*Tajrīd*) 一直是伊斯蘭什葉派神學教育的經典。他還爲伊斯梅利教義作了精彩評註，寫下《概念說》(*Taṣawwurat*) 等多種論著。

由於納西爾丁多方面的貢獻，也因爲其主要論著是用波斯文寫成，因此，他被尊稱爲伊斯蘭科學復興的奠基者，其著作在後來幾個世紀都被奉爲經典。他在數學和天文學中的貢獻是劃時代的，不僅在伊斯蘭世界有深遠影響，也對東西方的科學發展起了一定作用。

## 文 獻

### 原始文獻

- [1] Naṣir al-Dīn, *The Nasirean Ethics*, G.M. Wickens 譯, London, 1964。

## 研究文獻

- [2] A.C. Pasha, *Traité de quadrilatère, Constantinople*, 1891 °
- [3] B.C. de Vaux, *Les sphères célestes selon Nasīr-Eddīn Attūsī*, 見 P. Tannery, *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne*, Paris, 1893, 337 – 361 °
- [4] E.S. Kennedy, *The exact sciences in Iran under the Seliuqs and Mongols*, Cambridge history of Iran, V, Cambridge, 1968, 659 – 679 °
- [5] S.H. Nasr, *Science and civilization in Islam*, Cambridge Mass., 1968 ; New York, 1970 °
- [6] S.H. Nasr, *Al-Tusī, Muḥammad ibn Muḥammad ibn al-Ḥasan*, 見 Dictionary of scientific biography, Vol. 13, 1980, 508 – 514 °
- [7] A. Sayili, *The observatory in Islam*, Ankara, 1960 °
- [8] B.H. Siddiqui, *Naṣir al-Dīn Tūsī*, 見 M.M. Sharif, *A history of Muslim philosophy*, I, Weisbaden, 1963, 564 – 580 °
- [9] A.S. Saidan, *The comprehensive work on computation with board and dust by Naṣir al-Dīn al-Tūsī*, Al-abḥāth, 20(1967), 2, 91 – 163 ; 3, 213 – 293 °
- [10] Б. А. 羅純費力德著，杜石然譯，納速刺丁·徒思在數學方面的工作，見《科學史集刊》第1集，科學出版社，1958，第88 – 100 頁 °