

## 諾 特

諾特，E. (Noether, Emmy) 1882 年 3 月 23 日於生德國的  
埃朗根 (Erlangen)；1935 年 4 月 12 日卒於美國的布林莫爾  
(Bryn Mawr)。數學。

諾特之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics  
archive 網站

[http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/PictDisplay/Noether\\_Emmy.html](http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/PictDisplay/Noether_Emmy.html)

# 諾特

翁林

(復旦大學)

諾特，E. (Noether, Emmy) 1882年3月23日於生德國的  
埃朗根 (Erlangen)；1935年4月12日卒於美國的布林莫爾  
(Bryn Mawr)。數學。

埃米·諾特於1882年3月23日出生於埃朗根 (Erlangen) 的一個數學家家庭。1838年，她的祖父赫爾曼 (Hermann) 和一個對數學研究有濃厚興趣的猶太商人的女兒結婚。1844年，他們的三子－埃米·諾特的父親馬克斯·諾特 (Max Noether) 出世。他一改諾特家族從商的傳統，後來成為深深影響義大利代數幾何學派的數學家。

1880年馬克斯·諾特和一位富裕的猶太商人的女兒伊達·考夫曼 (Ida Kaufmann) 結婚。在他們的三個孩子中，長女埃米與次子弗里茨 (Fritz) 後來均成為聞名於世的數學家。

埃米出生時並沒有顯示出特別的數學天賦。與其他中產階級的女孩一樣，她被送進學堂。在埃朗根市高級女子學校就讀的三年中，也許她的語言才能佔有優勢。1900年4月，十八歲的埃米毫不費力地通過了資格考試，領取了做一個語言教師的合格證書，這使她很高興。另一方面，由於埃米生長於一個平等、寬鬆、愉快的家庭中，長期受到往來於她家的埃朗根大學數學教授的影響 (由於馬克斯·諾特身體不好，大學的同事們經常到他家中與他一同討論數學問題)，埃米·諾特最終還選擇了研究數學作為終身事業。

1900年秋天，埃米·諾特決定進入大學學習。不幸的是，德國是歐洲最遲允許女子成為高等學校學員的國家。德國的高等學府

只允許女子在徵得主講人同意的情況下參加旁聽。當然他們得交聽課費。至於參加考試取得文憑還需要主管人的特殊批准。1902 年起，埃米·諾特在埃朗根大學旁聽。1903 年 7 月，她被校方特殊批准參加並通過入學註冊考試。按當時的時尚，大學生須在另一所大學學習一年。1903 年冬，她前往對女子入學更為開明的格丁根大學就讀，這時她有幸直接聽到了 F. 克萊因 (Klein)，D. 希爾伯特 (Hilbert)，H. 閔科夫斯基 (Minkovski) 等人的講課。1904 年，埃米·諾特又回到了埃朗根大學，成為數學系 47 名學生中唯一的女性。

我們知道，當時埃朗根的數學環境是被代數幾何和不變量的研究所籠罩的。J.W. 戴德金 (Dedakind)，L. 克羅內克 (Kronecker) 及馬克斯·諾特都致力於代數函數的研究，這些人試圖將代數函數的理論代數化，也就是說將代數函數的理論從複雜的解析法和直覺的幾何法中解放出來。這時的馬克斯·諾特獲得了真正的成功，他給出了代數幾何意義下代數曲線的完全結構。除此之外，戴德金採用純代數觀點，克羅內克用算術化方法亦同樣處理了這一問題。

然而這一時期的 P. 哥爾丹 (Gordan) 却還專心於不變量的研究。這位商人的兒子在注意到自己有非凡的計算和形式化才能後，毅然地放棄了阿貝爾積分的研究，轉而研究當時數學的中心之一：不變量。哥爾丹的研究方法和工作作風對早期的埃米·諾特的研究產生了深刻的影響。

不變量誕生於 1827 年的德國，偉大的數學家 C.F. 高斯 (Gauss) 在論文中首先討論了微分幾何中的微分不變量，當他的作品一經問世，就立刻引起了人們的廣泛興趣，經過大約二十年的摸索，G.F.B. 黎曼 (Riemann) 及英國學者們終於將它變成了數學研究的時髦課題。人們所做的工作是找出基本不變量並將一般理論應用到一至四次代數方程中去。接著 R.F.A. 克萊布什 (Clebsch)，S.H.

阿隆霍爾德 (Aronhold) 及哥爾丹首創了不變量研究中的“符號”法，從而使這一學科的研究進入了“形式主義”時期。儘管“形式主義”工作者們有著運用符號及熟練計算的非凡才能(在哥爾丹的論文中我們可以看到數十頁無文字說明的計算公式，為此他贏得了“不變量之王”的美譽)，但他們的工作領域並未真正擴大。1888年希爾伯特證明了哥爾丹定理，也就是人們通常所說的希爾伯特基定理的原始形式：給定了無窮多個包含著有限個變量的一組代數形式系，則總存在一組個數有限的代數形式系，使得所有形式可以表為這有限個形式的線性組合，而係數為原來那些變量的有理整函數。這一工作為代數不變量的研究開闢了新的廣闊的疆域。從那一時期起，使致力於代數不變量研究的數學工作者都熱衷於哥爾丹定理的推廣和應用。

埃米·諾特的數學研究工作是在哥爾丹指導下開始的，毫無疑問，她的研究課題也是不變量。這一階段一直持續到 1916 年，研究的領域有兩個方向：第一，希爾伯特基定理的擴展及希爾伯特第 14 問題，第二，微分不變量。作為一個極有天賦而又富有耐性的女數學家，埃米·諾特初步顯示了其卓越的數學才華。1907 年 12 月 13 日，她以“三元雙二次型不變量的完全系”(*Über die Bildung des Formensystems der tenaren biquadratischen Form*) 的論文通過了博士論文答辯。翌年，埃朗根大學授予她哲學博士學位。在那篇論文裡，埃米·諾特藉助於導師哥爾丹及其學派創造的、用計算逼近來研究不變量的方法討論了三元雙二次型不變量的完全系的結構，在名為“ $n$  元形式的不變量”(*Zur Invariantentheorie der Formen von  $n$  Variablen*，1911) 的論文中，埃米·諾特將哥爾丹關於二元的工作－哥爾丹定理的原始形式－推廣到  $n$  元。接下來，埃米·諾特開始研究有理函數體。這方面的第一篇作品是“有理函數體”(*Rational Funktionenkörper*，1914)，代表作是“有理函數體和系”(*Körper und Systeme rationaler*

*Funktionen* , 1915)。這篇文章可視為埃米·諾特由哥爾丹的形式主義工作陣營向希爾伯特陣營靠攏的開始。在這篇文章中，她不但證明了有理函數體中必存在有限有理基，而且還將這一結果運用到希爾伯特第 14 問題中去。這一結果的進一步應用是“有限不變量的有限性定理”(*Der Endlichkeilssatz den Invarianten endlicher Gruppen* , 1915) 及“任意多基本形式系統的不變量的整有理表示”(*Über geure rational Derstelluag der trwariter eines Systens von beliebig vielen Grunolbonnen* , 1915)。在第一篇文章中，埃米·諾特運用對稱函數的理論給出了有限群不變量的有限性的初等構造性證明。在第二篇文章中，她不但解決了希爾伯特於 1914 年提出的猜想，而且還利用 E. 菲舍爾 (Fischer) (哥爾丹在埃朗根的繼承人) 的一些結果給出了不變量中一個基本定理的證明，在“由超越數組成的最一般區域”(*Die allgeneinsten Bereiche aus genzen transzendenzen zahlenss* , 1915) 中，她討論了整基問題。

從上述作品中，我們不難看出這時的埃米·諾特還深深受到埃朗根學派的計算化和算術化的影響。不過埃米·諾特由於受菲舍爾的影響早已經逐漸地改變了哥爾丹的形式主義工作作風，代之以概念及公理思維。如果說在她的博士論文中，埃米·諾特曾用了 320 多個形式符號給出了三元雙二次型的完全系；那麼在後來關於外積理論的研究中，她卻用公理化方法使早為人們熟知的繁雜結果變得特別簡單明瞭。

大約在 1915 年，A. 愛因斯坦 (Einstein) 的廣義相對論引起了數學界的強烈反響，大批傑出的數學教授投身於它的研究，其中有格丁根的克萊因及希爾伯特。由於克萊因發現他早期的埃朗根綱領中的想法可以用來整理相對論的基本規律，他就立即著手進行這方面的工作 (參見克萊因自己主編的《十九世紀數學史講義》(*Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19 Jahrhundert* , I , 1926 ; II , 1927))。而對於自 1912 年起就一

直沉醉於物理學研究的希爾伯特來說，此時的目標是研究物理學的基礎問題及其數學表述。1916 年的克萊因與希爾伯特幾乎同時注意到埃米・諾特關於不變量的研究，當意識到不變量知識對他們特別有用時，立即向她發出了邀請信。幾乎沒有什麼猶豫，埃米・諾特便接受了邀請，從此她的數學研究進入了一個嶄新的境界。

在格丁根大學早期工作期間，埃米・諾特因她特有的數學思維方式及豐富的不變量知識同克萊因及希爾伯特進行了相當成功的合作。埃米・諾特首先作出被當代物理學界稱為諾特定理的一系列深刻結果。然後將廣義相對論中兩個最富有意義的部分作了普遍而真正的數學表述。也就是說，埃米・諾特不但用“正規坐標”將微分不變量問題轉化為純代數不變式問題，而且還討論了關於連續李群的不變量。作為後者的特例，她給出變分問題中歐拉方程中的恆等式。所有這些對近代物理的發展起了積極的推動作用。從這一時期起，埃米・諾特逐漸為數學界及數學物理界所矚目。

不過，由於埃朗根學派的影響還深深印在埃米・諾特的心上，她沒能繼續深入研究數學物理。當她轉而研究抽象代數中的“理想論”，著手進行其一系列的“算術質”(arithmetical matter)研究時，埃米・諾特走進了她的成熟期，以至成為至今為止最偉大的女數學家。

衆所周知，代數學的歷史可分為兩個階段。十九世紀之前，所謂代數，僅僅是求代數方程的根式解而已。但是挪威數學家 N.H. 阿貝爾 (Abel) 於 1824 年證明了五次方程的根式解不存在。幾乎同時 (1828 年)，法國數學家 E. 伽羅瓦 (Galois) 作出了獨創性工作：這其中包括置換群論、代數方程的解存在的條件及怎樣用分析及數值逼近法求解代數方程。這些工作導致了新代數的誕生。

上述新代數研究到埃米・諾特的時代已經積累了豐碩的成果，為更加新的代數學提供了背景材料。首先是代數數論。為了研究費馬定理： $x^n + y^n = z^n$  沒有非平凡的整數解，對複數系進行了深

入的研究，創造了理想、環、模、質除子、鏈條件等概念。其次，在代數不變量方面和二次型緊密相關。例如實數域上的二次型由其符號差和秩唯一決定等。第三，代數幾何。馬克斯·諾特、戴德金、克羅內克等人均嘗試著用代數來代替原來在這個領域中一直佔統治地位的分析技巧，使這一領域加速算術化。第四，群論。人們的研究已不僅局限於置換群、李群，而轉向近代抽象群論中的概念，如同態、同構、表示等。第五，雙非代數。這一學科起始於 1843 年英國學者 W.R. 哈密頓 (Hamilton) 發現四元數體。後來人們就開始了雙非代數－非交換、非結合代數的研究。

由上我們可以看出，在埃米·諾特成熟時期，整個代數學的研究已到了一個關鍵的時刻：須要將這龐大的陣營建立在一個明瞭、清晰的基礎上，作出更深層次的概括。埃米·諾特正適應於做這項偉大的事業－她既有埃朗根學派的算術化、形式化功底，又有來源於格丁根學派的公理化能力。本世紀二十年代，這位天才的數學大師就為“近世代數”的問世而催生，一個有力的諾特學派隨之形成。

開始，埃米·諾特依循戴德金的道路在 1916 年到 1920 年期間寫了幾篇文章，在 1916 年作的“同構映射的函數方程” (*Die Funktionalgleichungen der isomorphen Abbildung*) 中，她不僅強調抽象域之間的同構映射的作用，而且還第一次特別強調引用策梅羅集合論公理。埃米·諾特在 1918 年發表的“具有指定群的方程” (*Gleichungen mit vorgeschiebener Gruppe*) 中處理了具有一定伽羅瓦群的多項式，這是人們首次努力解決給定域的伽羅瓦群同構於指定群的伽羅瓦擴域問題。在 1919 年發表的“單變量代數函數的算術理論與其它理論的關係以及與數域論的關係” (*Die arithmetische Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen in ihrer Beziehung zu den übrigen Theorien und zu*

*der Zahlkörpertheorie*) 中，埃米·諾特充分體現了其戴德金的風格。在討論了由黎曼、魏爾斯特拉斯、亨澤爾－蘭茨貝格、布里爾－諾特及戴德金－韋伯算術化的基礎後，她指出所謂“算術化”是一種“方法的全純”(Full Purity of Method)。這為她後期的代數道路指明了正確的方向。1920年，埃米·諾特受到線性微分表示的啟發，發展了不可換多項式模式，這為引入“左”“右”模繼而為埃米·諾特的一般理想論作了伏筆。

在環的一般理想論方面，埃米·諾特有兩篇代表作。第一篇是1921年發表的“環的理想論”(*Idealtheorie in Ringbereichen*)。在這篇文章中，諾特將一般代數數域中的理想分解擴展到一般環上去，我們知道整數分解為質數之積有四個性質：無公共因子；相對互質；因子為準質的；因子不可約。在對一般交換環加上鏈條件後，諾特證明了這時環的理想也潛藏著上述性質的分解，也就是說，任何理想均可表為準質理想的交。同時，諾特還分別評述了同時代關於理想分解的優劣，這其中包括著名的拉斯克(Lasker)、麥考利及弗倫克爾分解理論。在此文中，她不僅指出她的環的有限條件：每一理想均由有限個元生成，等價於戴德金的理想升鏈條件：環中每一理想升鏈必終止於有限步，而且還指出這些結果推廣到非交換環上的可能性。不難看出，這一結果在多項式環上的應用將給代數幾何的局部問題的研究打下堅實的基礎。諾特在廣義理想論方面的另一篇論文是1927年發表的“代數數函域上理想論的抽象結構”(*Abstrakter Aufbau der Idealtheorie in Algebraischen Zahlund-Funktionenkörper*)。在此文中，她給出了環中理想可表為質理想的積的本質刻劃。與此同時，諾特還特別注意此文的風格，採用為公眾所接受的統一的術語、符號，將戴德金的工作及其相關的概念毫無含糊地表示出來，這為理想論的規範化作出了傑出的貢獻。

這一時期的埃米·諾特不但致力於一般理想論的研究，而且，

她還注意同代人的工作，寫出了消去理論、多項式的零點定理等方面的一批論文。這些論文不但處理了相應討論的問題，而且還將她自己及同時代人的工作進行了總結，進而使環論、模論的研究納入了一個統一的系統。

接下來諾特的成果大多是在結合代數及其表示領域中取得的(1927 – 1929 年)。從上面的工作我們可知，前面諾特的工作似乎還停留在數所滿足的性質的基礎上，而實際上，這種限制是人爲的。在通常生活中有許多對象(比如剛體)運動的描述就不滿足數的運算律(比如交換律)。諾特在注意到這點後，立即試圖用線性變換來實現所研究的對象，這種理論就是表示論。在這方面諾特的最偉大的成就是通過表示研究非交換代數的結構，然後再藉助外積將這些結果運用到通常的交換代數及算術中去。這一工作將結合代數及其表示理論從鬆散狀態變成一門嚴謹的科學。這一階段的工作起始於超複數學的研究，也終止於它。諾特在這方面最著名的論文是“超複數及其表示”(*Hyperkomplexe Größen und Darstellungstheorie*)。

由於上述工作，使諾特的科學聲譽達到了頂峰。1928 年，在義大利的博格尼亞的國際數學家大會的分組會上，諾特作了 30 分鐘的報告。時過四年的蘇黎世國際數學家大會上諾特以其精練的語言、充實的內容、全新的觀點作了一小時的大會報告。在報告中她簡單地給出了許多舊派數學家們多年用老的方法未能解決的問題，因而得到了數學界的普遍讚揚。同年諾特和 E. 阿廷 (Artin)一同榮獲了爲數學知識進步有傑出貢獻的人所設立的阿爾福雷德·阿克曼－陶貝爾 (Alfred Aekermann-Teubner) 紀念獎。

接下來諾特的工作集中於代數數論，儘管早在 1916 年諾特就已開始了這方面的工作，但具有真正意義的部分是 1932 年後才開始的，那時的諾特將她多年來醉心統一的抽象理論應用到數論上來並取得了豐碩成果。1932 年，諾特與學生布勞爾 (Brauer)、H.

赫斯 (Hasse) 合作一舉解決了長期圍繞數學大師的猜想－代數主定理：代數數域上的單代數都是迪克森 (L.E. Dickson) 意義下的循環代數。這一結果含於論文“代數理論主定理的證明” (*Beweis eines Hauptsatzes in der Theorie der Algebra* , 1932) 中。H. 外爾 (Weyl) 稱它為代數發展史上的一個重大轉折點。直到諾特去世，她一直研究這一課題，作為其重要結果，她得出了希爾伯特、高木貞治 (Teiji Takagi) 及阿廷發展的類域論及複數系論的一系列重要結果。

如果認為諾特的學術順利必然帶來生活上的一帆風順，那將是十分錯誤的。實際上，諾特在她的祖國 (除了童年時代) 就一直處於生活的逆境中。雖然格丁根大學是德國第一所准許授予婦女博士學位的大學，但諾特剛到時，為爭取獲得“授課資格”的一切努力均以失敗告終。因為在當時的德國高等學府裡，獲得授課資格必須在通過學術論文時由哲學院的全體教授投票。這些教授中不僅有數學教授，還有毫不妥協地反對婦女地位得到真正改變的哲學、人類學、歷史學等學科的教授們。一個熟知的趣聞是在回答反對派“一個女人怎麼能成為講師呢？如果讓她當了講師，那她以後就會成為教授，成為大學評議會的成員，難道能允許一個女人進入評議會嗎？……”；“當我們的士兵從戰場上回到大學時，發現他們將在一個女人的脚下學習，他們會怎麼想呢？”的時候，希爾伯特用直截了當的方式說道：“先生們，我不認為候選人的性別是不能讓她當講師的理由，大學評議會畢竟不是澡堂。”儘管數學教授們竭力保薦，此項議案最終還是否決了。這樣，希爾伯特只好自己設法使諾特能在格丁根呆下去。通常的做法是掛希爾伯特的名由諾特上課。實際上，在 1916 – 1917 年的格丁根大學校園裡，人們常可以看到這樣的海報：“數學物理講座，主講人：D. 希爾伯特教授及助手埃米·諾特博士，星期一 4 : 00 – 6 : 00，免費。”

隨著 1918 年德國君主統治的垮台和第一次世界大戰的結束，德國人民的生活有了初步改善。1916 年 6 月，諾特終於如願以償獲得了“非官方講師”的頭銜，但這並沒有改變她的經濟狀況。已到而立之年的諾特在數學界已經站穩了腳跟，但她生活還十分拮据，不能僅僅依靠她在數學方面的工作來養活自己。諾特始終沒有能像其他人那樣成爲政府文職部的成員（即使是在她 1922 年成爲“非官方教授”時也是如此）。但她卻以代數學中的傑出工作贏得了廣泛的國際聲譽。衆所周知，戰後格丁根的數學界出現了以諾特爲中心的研究小組，這一小組的成員來自世界各地。諾特的聰明才智，友善態度及充分的合作精神深深地吸引著他們，並幫助他們進行科學研究。來自阿姆斯特丹的荷蘭神童范德瓦爾登 (van der Waerden) 在諾特處學習了“概念的機制”和“思維的本質”。他很快掌握了諾特的思想，在著作《代數學》(Algebra，1930) 中他成功地總結了整個諾特學派和同時代其他代數學家的成果。這本書以嶄新的觀點，特殊的處理方式，豐富的材料和高超的技巧風靡世界，“直到現在爲止還被人們視爲近世代數方面進行學習和開展科學研究的一部好書”（見研究文獻 [6]）。而對於曾受到過同時代的偉大數學家 I. 舒爾 (Schur) 指導的 R. 布勞爾，諾特所提供的則是更多的抽象思維訓練的機會，這使得這位舒爾學派的繼承者在他藉助矩陣和群表示作具體計算時能夠看清他的工作道路。諾特的兩位非常親密的學生阿廷和 H. 赫斯一直輔助著她。這時諾特還以她特有的思維方式積極影響蘇聯 П. С. 亞歷山德羅夫 (Александров) 及其學派的拓樸學研究。作爲諾特的學生，我們還可以看到 G. 赫爾曼 (Hermann)、W. 克魯爾 (Krull)、M. 波因姆格 (Peunmg)、E. 維特 (Witt)、曾炯之<sup>1</sup>、J. 洛伊茨基 (Leuitzki)、K. 謝克拉 (Shecla) 等當代著名的代數學家。

---

<sup>1</sup> 曾炯之爲埃米·諾特唯一的中國學生，1933 年他在埃米·諾特的指導下獲得博士學位，著名的曾炯之定理就在那篇博士論文中。1936 年，他受埃米·諾特的影響取得了一些成就，不幸的是，1943 年他過早地逝世於抗戰中的西康。

由於對祖國極端歧視婦女的不滿，諾特對當時蘇聯的社會主義制度特別讚賞。1923年，亞歷山德羅夫及 П. С. 烏雷松 (Урысон) 訪問格丁根，諾特和他們結下了深厚的友誼。1928—1929年，諾特作為客座教授訪問了莫斯科。在莫斯科大學地講授了抽象代數，同時在另一處她指導了一個代數幾何討論班。諾特幾乎影響了整個蘇聯數學家。早期，經克魯爾介紹，諾特與蘇聯的群論奠基人 О. Ю. 施密特 (Шмидт) 相識並對他產生強烈的影響，他的繼承者庫羅斯 (Kuros) 也曾受諾特的直接指點。當然，在莫斯科期間，她還指點了正沿著她的道路進行勤奮工作的青年數學工作者 Л. С. 邦特列雅金 (Понtryгин)。不僅如此，諾特還使亞歷山德羅夫將同調群的概念引入了拓樸學。1935年在亞歷山德羅夫及 H. 霍普夫 (Hopf) 合著的《拓樸學》(*Topologie* I) 的前言中，他們寫道：“埃米·諾特對數學的一般觀念的影響，並不局限她的特殊活動領域——代數學，而是對同她有著數學交往的任何人都產生積極的影響。”諾特特別留戀在莫斯科的生活，在那兒她感受到了真正的自由平等空氣。回國後，她也毫不掩飾這一點，以致有一次一批激烈的青年要將這位“傾向馬克思主義的猶太女人”從她的公寓中攆出去。1933年，在諾特被迫停止參加一切科學活動，並被取消“講座”薪金時，她曾給亞歷山德羅夫去信表示願意前往蘇聯，但由於蘇聯有關部門的官僚主義未能及時批准終未能如願。(這對她可能是件好事，她的弟弟弗里茨 1935 年去西伯利亞的托木斯克數學力學所工作後不久，由於德蘇親善被關進了集中營至今下落不明。)

正當諾特的數學研究活動達到全盛的時候，傳來了希特勒上台的消息。迫於無奈，1933年9月，諾特在 H. 外爾 (Weyl) 的推薦下移居美國賓西法尼亞州的布林莫爾 (Bryn Mawr) 女子學院任教，那兒距普林斯頓高級研究院很近。從 1934 年起，諾特每週去研究院講一次課。這一時期，她最熱衷於領著門徒散步。諾

特在布林莫爾的時光是十分愉快的，在這裡她體會到了僅在童年時代才有過的一切人際間的親善情感。不幸的是 1935 年 4 月 14 日，由於手術失誤，諾特突然告別人世，過早地悄然離去，時年五十二歲。

埃米·諾特的意外去世，在數學界引起了廣泛的哀悼。諾特不僅是才華橫溢、學識淵博的學者，而且是胸襟坦蕩、平易近人的。她沒有迷人的外表，有一副粗嗓門，也許表面上看她更像“一個強健壯實但又高度近視的洗衣婦”，但她從不裝腔作勢，自私自利。她心地善良，天性友善，似乎從來沒有仇恨。儘管德國給了她極不公正的待遇，她在那兒倍受迫害，但她始終沒有耿耿於懷。1934 年夏天，她從美國去格丁根時，仍舊滿懷激情地工作。諾特一生從未結過婚，但這並不意味著她是一個性情孤僻的人：她一直擁有一個“熙熙攘攘，吵吵鬧鬧”的家庭－她和學生組成的集體。

諾特的論文僅有四十多篇，但她對數學界的影響卻是不可磨滅的，她不僅以獨特的科學思維方式，富有成效的研究程式，豐碩的工作成果引起數學界的矚目，還以寬廣的胸懷，偉大的合作精神及富有活性的感召力對同時代的數學工作者產生了深遠的影響。她的學生有歐美大陸的莘莘學子，也有亞洲及太平洋地區的好學之士。她的影響不只限於個別的數學家，而是涉及許多學派，如蘇聯學派、日本學派和曾左右世界的布爾巴基 (Bourbaki) 學派。作為一位傑出的女性，她一直被婦女們所敬仰、而且由於她的出現，使人們對婦女的數學能力有了重新的估價，人們越來越重視婦女在數學方面的工作。據統計，女數學博士的數目在逐漸增加。(1930 – 1970 年的四十年裡美國數學博士中的女性佔 7%，1969 – 1972 年佔 7.3%，1972 – 1975 年佔 9.1%，其中 1974 – 1975 年佔 10%。)

自諾特逝世至今，世界範圍內的悼念活動從未間斷，人們以

各種方式表示對這位科學家的懷念。大批著名的科學家紛紛撰文，這其中包括並不十分了解她的當代最偉大的科學巨匠 A. 愛因斯坦 (Einstein)。1960 年，埃朗根市政當局以埃米·諾特命名了一條街道。為紀念她的一百週年誕辰，1982 年 2 月 27 日埃朗根大學在數學研究所建立了埃米·諾特紀念碑。同年布林莫爾學院舉行了隆重的紀念大會。會上著名數學家 N. 雅各布森 (Jacobson)、R.G. 斯旺 (Swan)、J.D. 薩利 (Sally)、O. 陶斯基 (Taussky)、M. 維爾金 (Vergen)、D. 曼福德 (Mumford)、W. 法伊特 (Feit)、A. 波萊爾 (Borel)、K. 烏倫貝克 (Uhlenbeik) 論述了埃米·諾特在數學界的深遠影響。1983 年 3 月，埃朗根市政府又把一所供兒童學習數學、自然科學和語言學的學校命名為埃米·諾特學校。

我們引用愛因斯坦在《紐約時報》上發表的悼念埃米·諾特的一段話作為本文的結尾：“……她以前在格丁根大學，近兩年在布林莫爾學院工作。根據現在的權威數學家們的判斷，諾特小姐是自婦女開始受到高等教育以來有過的最傑出的富有創造性的數學天才。在最有天賦的數學家辛勤研究了幾個世紀的代數學領域中，她發現了一套方法，當前一代年輕數學家的成長已經證明了這套方法的巨大意義。通過這種方法，純粹數學成為邏輯思想的詩篇，人們尋找最一般的運算概念，它將涉及形式關係的儘可能廣泛的領域以一種簡單的、邏輯的和統一的形式。在努力達到這種邏輯的美的過程中，你會發精神的法則對於更深入地了解自然規律是必須的……。”

## 文 獻

### 原始文獻

- [1] E. Noether, *Invarianten beliebiger Differentialausdrücke*, Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1918, 37–44。
- [2] E. Noether & W. Schmeidler, *Moduln in nichtkommutativen Bereichen*

*ichen, insbesondere aus Differential- und Differenzenausdrücken,*  
Mathematische Zeitschrift, 8(1920), 1 – 35 。

- [3] E. Noether, *Idealtheorie in Ringbereichen*, Mathematische Annalen, 83(1921), 24 – 66 。
- [4] E. Noether, *Abstrakter Aufbau der Idealtheorie in algebraische Zahl und Funktionenkörpern*, Mathematische Annalen, 96(1927), 26 – 61 。
- [5] E. Noether, *Hyperkomplexe Größen und Darstellungstheorie*, Mathematische Zeitschrift, 30(1929), 641 – 692 。
- [6] E. Noether, R. Brauer and H. Hasse, *Beweis eines Hauptsatzes in der Theorie der Algebren*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 167(1932), 399 – 404 。
- [7] E. Noether, *Nichtkommutative Algebren*, Mathematische Zeitschrift, 37(1933), 514 – 541 。

## 研究文献

- [8] H. Weyl, *Emmy Noether*, Scripta Mathematica, vol. III(1935), No. 3, 201 – 220 (中譯本：H. 外爾，埃米·諾特，數學史譯文集續集，上海科學技術出版社，1985)。
- [9] C.H. Kimberling, *Emmy Noether*, American Mathematical Monthly, 79(1972), 136 – 149 。
- [10] van der Waerden, *Nachruf auf Emmy Noether*, Mathematische Annalen, III (1935), 469 – 476 。
- [11] C. Reid, *Hilbert*, Spring-Verlag, 1970 (中譯本：康斯坦西·瑞德，希爾伯特，上海科學技術出版社，1982)。
- [12] B. Srinivasan and J. Sally, *Emmy Noether in Bryn Mawr*, Springer-Verlag, 1983 。
- [13] van der Waerden, *Algebra*, (I), (II), Spring-Verlag, 1955 (中譯本：B.L. 范德瓦爾登，代數學，(I)、(II)，科學出版社，1963、1976)