

# 蘇步青

蘇步青，1902年9月23日生於浙江平陽；2003年3月17日卒於上海。微分幾何。

蘇步青之圖像請參閱復旦大學網頁

<http://www.fudan.edu.cn/su/pic.htm>

# 蘇步青

谷超豪 胡和生

(上海復旦大學)

蘇步青，1902年9月23日生於浙江平陽；2003年3月17日卒於上海。微分幾何。

蘇步青生於浙江省平陽縣帶溪村。父親蘇宗善，靠種地為生。蘇步青童年時經常幫助家裡做些輔助勞動，割草、餵豬、放牛等活兒都幹過。由於家境貧寒，不能像富裕人家子弟一樣上學讀書，他只能自己找書看，《水滸》、《聊齋》、《左傳》等名著都讀過。每當放牛回家路過村上私塾，他總要湊上去偷聽一陣。父親深知沒文化之苦，又眼看兒子如此好學，終於決定節衣縮食送他上學。九歲那年，父親挑上一擔米當學費，帶著從未上過學的蘇步青，走了一百多里山路，把蘇步青送進平陽縣立小學，使他成為高小一年級的插班生。

1915年8月，蘇步青考取溫州市浙江省立第十中學。1919年7月中學畢業，赴日本留學，進東亞日語預備校學習。第二年3月，以第一名成績考入東京高等工業學校電機系。1924年，又以第一名成績考進東北帝國大學數學系。1927年發表第一篇學術論文，同年入該校研究生院當研究生。1928年同松本教授的女兒松本米子結婚。1931年1月在東北帝國大學獲得理學博士學位；3月學成回國，被聘為浙江大學數學系副教授。1933年升教授並任數學系主任。1948年任中央研究院院士兼學術委員會常委。1950年任浙江大學教務長。1952年院系調整至復旦大學任教，仍任教務長。1955年被選為中國科學院學部委員。1956年任復旦大學副校長。1958年創辦復旦大學數學研究所兼任所長。1978年任復旦大學校長。1983年2月任復旦大學名譽校長。

蘇步青於 1935 年參加發起成立中國數學會，被選爲《中國數學會學報》的主編。1951 年擔任中國數學會理事，以後歷任副理事長、名譽理事長。1980 年創辦《數學年刊》並任主編。

他於 1951 年加入中國民主同盟，曾任民盟中央副主席、參議委員會主任及中央委員會名譽主席。於 1959 年參加中國共產黨，歷任第二、三、五、六、七屆全國人大代表，第五、六屆人大常委和教科文衛專門委員會副主任，又曾任上海市人大副主任，他是第二、七屆全國政協委員、常委，第七、八屆全國政協副主席。此外，他還擔任過中國對外友好協會上海分會會長和名譽會長，上海市對外文化交流協會會長等社會兼職。

從 1955 年起，他曾到日本、保加利亞、羅馬尼亞、匈牙利、民主德國、蘇聯、聯邦德國、法國、比利時、泰國等進行考察訪問和學術交流，1982 年接受日本創價大學授予的名譽博士稱號。

蘇步青的“ $K$  空間和一般度量空間幾何學”及“射影微分幾何”項目獲 1956 年國家自然科學獎。《計算幾何》(與劉鼎元合著)獲 1982 年全國優秀科技圖書獎。“計算機輔助幾何設計”獲 1985 年國家科技進步獎二等獎。

1872 年，德國數學家 F. 克萊因 (Klein) 提出了著名的埃朗根綱領，在其中總結了當時幾何學發展的情況，認爲每一種幾何學都聯繫一種變換群，每種幾何學所研究的內容就是在這些變換群下的不變性質。除了歐氏空間運動群之外，最爲人們所熟知的有仿射變換群和射影變換群。因而，在十九世紀後期和二十世紀的最初三、四十年中，仿射微分幾何學和射影微分幾何學都得到很迅速的發展。蘇步青的大部分研究工作是屬於這個方向的。此外，他還致力於一般空間微分幾何學和計算幾何學。一共發表了一百五十多篇論文，並有專著和教材二十多部。他的不少成果已被許多國家的數學家大量引用或作爲重要的內容寫進他們的專著。

## 仿射微分幾何學

仿射群是比歐幾里得群大一些的變換群，它能夠保持“直線”和“平行性”，但沒有線段長度和正交性等概念。蘇步青在二十年代後期，就致力於微分幾何學這一分支的研究，當時在國際上處於熱門。他的成就之一就是引進和決定了仿射鑄曲面和旋轉曲面。仿射鑄曲面是由一系曲線生成的，這系曲線所在的平面是相互平行的，故被稱為“平行曲線”，此外還要求曲面沿每一曲線的切平面包絡一個錐面，蘇步青寫出了所有仿射鑄曲面的具體表達式並討論了它們的性質。他指出，在曲面上還有一系曲線可以作為“子午線”的推廣，特別當每點的仿射法線都落在子午線的密切平面上時，就得出了仿射旋轉曲面。他證明，這種曲面必為二次曲面，曲面的仿射法線必和一條定直線相交，因而它們是普通的旋轉曲面非常自然的推廣。

蘇步青對仿射微分幾何的另一極其美妙的發現是：他對一般的曲面，構作出一個仿射不變的四次(三階)的代數錐面，在仿射的曲面理論中，人們注目的許多協變幾何對象，包括三條主切曲線、三條達布(Darboux)切線、三條塞格雷(Segre)切線和仿射法線等等，都可以由這個錐面和它的三條尖點直線以美妙的方式體現出來，形成一個十分引人入勝的構圖，這錐面被命名為蘇錐面。蘇步青的關於仿射微分幾何學的研究，已總結在1982年出版的《仿射微分幾何》一書中。

## 射影曲線論

射影群比仿射群更大，它能保持直線的概念，但“平行性”的概念已不復出現。在十八至十九世紀中，射影幾何會長期吸引數學家們的注目。例如，通過子群，它可以把歐氏幾何和另外兩類非歐幾何學統一在同一理論體系中。由於既無度量，又無平行性，其微分幾何的研究更為困難，即使是曲線論，雖經著名幾

何學家 E. 邦皮亞尼 (Bompiani)、蟹谷乘養等人的多年研究，甚至在三維情況，結果也並不理想，更不用說高維情況了。蘇步青發現平面曲線在其奇點的一些協變的性質，運用幾何結構，以非常清楚的方法，定出了相應的射影標架 [隨曲線而變動的基本多面體，它們的作用和歐氏曲線論中的弗雷內 (Frenet) 標架相類似]，從而為射影曲線論奠定了完美的基礎，得到國際上高度的重視，研究局部微分幾何的學者，往往把奇點扔掉，而蘇步青恰恰是從奇點發掘出隱藏著的特性，陳省身教授對此十分欣賞。在這項研究中，蘇步青和他的學生也同時推進了代數曲線奇點的研究。有關的工作完成在三十至四十年代，抗日戰爭期間就已寫成專著，但始終不得出版。到 1954 年，才作為他所寫的第一本專著，由中國科學院出版。後來又出了英譯本。

## 射影曲面論

射影曲面論比曲線論要複雜得多，在三十年代到四十年代中，蘇步青對它作了非常深入的、內容很豐富的研究，在這裡我們僅僅指出幾項：

對於一個曲面上一般的點  $P$ ，S. 李 (Lie) 得到一個協變的二次曲面，被命名為李二次曲面。作  $\infty^2$  李二次曲面的包絡，除原曲面外，還有 4 張曲面，於是，對於每點  $P$ ，就有 4 個對應點，它們形成了點  $P$  的德穆林 (Demoulin) 變換。這時，所構成的空間四邊形稱為德穆林四邊形。 $P$  點的兩條主切面線和這四邊形的交點記為  $P_1$ 、 $P_{-1}$ 、 $\bar{P}_1$ 、 $\bar{P}_{-1}$ ，當  $P$  沿一主切曲線變動時， $P_1$ 、 $P_{-1}$  各有一切線，當  $P$  沿另一主切曲線變動時， $\bar{P}_1$ 、 $\bar{P}_{-1}$  也各有一切線。蘇步青證明，存在一條二次曲線  $K_2$ ，它過這四個點並在這裡和這四條直線相切。他又發現  $K_2$  和德穆林四邊形在同一張二次曲面上，這二次曲面被稱為蘇二次曲面。

蘇步青特別研究了一種特殊的曲面，稱爲  $S$  曲面。它們的特點是：對於這種曲面，每點的蘇二次曲面都相同，或者可以說這曲面的各點的德穆林四邊形總保持在同一張二次曲面上（它必須是蘇二次曲面）。這類曲面有許多有趣的性質。例如， $S$  曲面的兩系主切曲線都屬於一個線性叢（直線的三參數線性集）等等。蘇步青完全地決定了  $S$  曲面，並作出了它們的分類。

上述的曲線  $K_2$  還有一個妙用，蘇步青把它拿來作為曲面在  $P$  點的切平面上的一個絕對形，依據克萊因的非歐幾何學的射影模型，在這切平面上就有一非歐度量，從而得到了曲面上的一二次微分形式。當這個二次微分形式的零方向爲共軛時，曲面就稱爲射影極小曲面，這個定義和 G. 湯姆森 (Thomsen) 用變分方法而引進的定義是相等價的。蘇步青得到了有關射影極小曲面的戈德序列的“交扭定理”，它顯示出很優美的幾何性質。

蘇步青對射影曲面論的又一重大貢獻是對週期爲 4 的拉普拉斯 (Laplace) 序列的研究。一個曲面的拉普拉斯變換是指曲面的單參數曲線族的切線彙所構成的焦曲面，用這曲線族的共軛曲線族，又可作一個拉普拉斯變換。依這兩個不同的方向，繼續作下去，就得到拉普拉斯序列。這種序列一般是向兩側無限伸展的，但也有可能是週期性的。蘇步青研究了週期爲 4 的拉普拉斯序列，並要求它們相對應的四點所成的空間四邊形的對角線構成一個可分層偶（這就是：各對角線上點可畫成  $\infty^1$  曲面使在這點的切平面都通過另一對角線）。他把這種序列的決定歸結爲求解現在應用上很感興趣的正弦－戈登 (Gordon) 方程或雙曲正弦－戈登方程，指出了這種序列的許多特性，例如兩對角線彙屬於同一線性叢等等。這種構圖在國際上很受重視，例如蘇聯的 C. П. 菲尼科夫 (Фиников) 學派就十分讚賞它。這種拉普拉斯序列被稱爲蘇鏈。

蘇步青的專著《仿射曲面概論》(1964) 全面總結了他在這一方面的成果。

應該指出，蘇步青對仿射曲面和射影曲面的研究，在數學中還有極大的發展前途。由於當時(三十至四十年代)的傳統，曲面往往被假定為解析的，而且只研究局部性質。到了今天，就有必要把解析改為  $C^\infty$  或  $C'$  (在許多情況下，所獲結果仍然是成立的)，要克服某些偏微分方程(往往是高階的或者是方程組)解的存在性的困難，特別還要解決局部到整體的過渡問題。這些困難的問題在條件成熟時，會重新引起人們的極大興趣，並取得豐碩的新成果。這一點，現在對仿射曲面的研究中已開始出現了。

## 高維空間共軛網理論

二十世紀的大數學家 E. 嘉當 (Cartan) 建立了外微分形式的理論。他和 E. 克勒 (Kähler) 的關於一般外微分形式方程組解的存在性和自由度的研究，是現代數學的重要成就之一。嘉當本人以及後來的幾何學家們(如蘇聯菲尼科夫學派)都用此工具，得到許多微分幾何方面的重要成果。在五十年代中，蘇步青也運用這一工具來研究高維射影空間中的共軛網理論。高維射影空間的共軛網和拉普拉斯序列的定義和三維歐氏空間相仿。設  $A_0(u, v)$  為  $n$  維射影空間共軛網的曲面，拉普拉斯序列記為

$$\{\dots, A_{-2}(u, v), A_{-1}(u, v), A_0(u, v), A_1(u, v), A_2(u, v), \dots\},$$

其中  $A_i(u, v)$  和  $A_{i+1}(u, v)$  的連線是它們的公切線。蘇步青引入了第  $k$  類共軛序列的概念，還討論了  $n$  維射影空間  $P_n$  中週期為  $(k+1)$  的拉普拉斯序列 ( $n \leq k$ ) 和第  $P$  類偽週期為  $k+1$  的拉普拉斯序列。分別決定了它們的存在性和自由度。

他的專著《射影共軛網概論》(1977) 總結了這一方面的成果。

## 一般空間微分幾何學

在十九世紀，已經出現了黎曼幾何學，它是以定義空間無限鄰近的兩點距離平方的二次微分形式為基礎而建立起來的。二十世紀

以來，因受到廣義相對論的刺激，黎曼幾何發展很快，並產生了更一般的以曲線長度積分爲基礎的芬斯勒 (Finsler) 空間，以超曲面面積積分爲基礎的嘉當空間，以二階微分方程組爲基礎的道路的空間和  $K$  展空間等，通稱一般空間。蘇步青從三十年代後期開始，對於一般空間的微分幾何學的發展，做出了許多重要貢獻。

對於以超曲面面積積分爲基礎的嘉當幾何學，他著重研究了極值離差理論，即研究能保持極值超曲面的無窮小變形的方程，這是黎曼幾何中十分重要的雅可比 (Jacobi) 方程的一種推廣。此外，他還計算了具  $m$  重面積度量空間的  $m$  重面積積分的第一變分和第二變分，證明了如下事實：在一種自然選取的聯絡下，平直曲面必爲極小曲面。這些研究，對於研究一般空間的極小曲面可能會有很大作用。儘管迄今爲止，有關極小曲面的研究還只限於黎曼流形或擬黎曼流形。

$K$  展空間是用完全可積的偏微分方程組所定義的，由 J. 道格拉斯 (Douglas) 最早提出。蘇步青得到了射影形式的可積條件，他又研究了仿射同構、射影同構及其推廣。在討論這種空間的幾何結構時，他證明了“平面公理”成立和空間爲射影平坦相互等價。這裡“平面公理”的提法是：在  $n$  維的  $K$  展空間裡，在任一點和每一  $L$  維 ( $K < L < n$ ) 平面素相切的  $K$  展組成了  $L$  維子流形，它包括著每一個在其上任意點和它相切的  $K$  展。

1958 年，包括上述結果的專著《一般空間的微分幾何學》由科學出版社出版。

## 計算幾何

七十年代初期，由於造船、汽車工業的需要和計算機在工業中的應用日趨廣泛，在國際上形成了計算幾何這一個分支。蘇步青出於對經濟建設的關心，在逆境中仍然堅持科學研究。他了解到用舊方法作船體放樣的困難後，毅然投入了這項密切聯繫工業生產

的研究，把代數曲線論的仿射不變量方法首創性地引入計算幾何學科。他首先找到了平面三次參數曲面的一個特徵仿射不變量  $I$ ，從它的符號可以對最常用的平面上三次參數樣條曲線、三次貝齊爾 (Bézier) 曲線和三次  $B$  樣條曲線的奇點和拐點分佈問題給出完整的分析。特別，由此提供了對平面三次貝齊爾曲線作完整分類的方法。

然後，他對平面上的四次貝齊爾曲線、五次有理整數曲線和  $n$  次有理整曲線的仿射不變量及奇點和拐點分佈問題作了深入的研究。在些基礎上，他更一般地研究了高維仿射空間參數曲線的內在仿射不變量，這有助於進一步研究很有價值的孔斯 (Coons) 曲面、貝齊爾曲面和  $B$  樣條曲面的幾何性質。

這些工作的一部分，已經在我國造船工業中的船體放樣、航空工業中的渦輪葉片空間造型以及它們的外型設計等方面獲得了成功的應用，因而獲得了兩次國家科技進步獎。

有關工作的理論部分，已寫入《計算幾何》一書。該書英譯本的出版，在國際上引起了重視。

除了上述工作外，蘇步青早年還曾研究過凸閉曲線的理論，這屬於整體微分幾何的範疇。當平面上凸閉曲線  $E$  保持和二定直線  $OA$ 、 $OB$  相切而旋轉一周時，該平面上任一點  $P$  的軌跡記為  $A(P)$ ，他證明  $A(P)$  的面積取到最小的充要條件是  $P$  為  $E$  的施泰納 (Steiner) 曲率重心  $C$ 。不僅如此，使  $A(P)$  的面積等於一個確定常數的點  $P$  的軌跡必為以  $C$  為中心的圓。他還定出了和  $E$  有關的某些積分的最小值。這些結果顯著地推進了藤原松三郎的研究，並包括了施泰納的一個著名結果為特殊情形。這些工作已反映在他的《微分幾何五講》(1979) 一書之中。

總之，蘇步青在微分幾何領域中做了大量的優秀的研究，在各個時期中處於國際的先進行列，並為幾何學今後的發展，提供了寶貴的財富。

蘇步青為發展我國數學事業奮鬥了幾十年，他是一位熱愛祖國、品德高尚、事業心極強、治學嚴謹的著名科學家。在他的人生道路上，經歷了許多重要關口的考驗。在 1949 年以前就有三關：第一關，在日本留學獲得博士學位後，親友挽留，導師相勸，可是他毅然回國，為培育祖國數學人才辛勤耕耘；第二關，抗日戰爭爆發時，他在日本的母校聘請他去任教，岳父病危來電催他赴日，他沒有赴日而留在戰火瀰漫、受侵略者蹂躪的祖國；第三關，在 1949 年以前的學生運動中，他主持正義，愛護學生；頂住壓力為營救和保護被迫害的學生作了很大的努力。1949 年初某些人士勸他到台灣去，蘇步青拒絕了。

蘇步青一貫堅持教學和科學研究的統一。早在日本留學期間，他已經和我國數學界的另一位前輩陳建功教授立下決心，回國創辦一個國際水準的數學系。幾十年來，從浙江大學到復旦大學，他始終為此作了不懈的努力，取得了豐碩的成果。他在極其困難的時刻，無論敵機轟炸或“四人幫”倒行逆施，他總是要為發展數學而奮鬥。在他的培育下，浙江大學和復旦大學的微分幾何和有關學科茁壯成長，形成了國際上公認的學派。

“樹立理想，刻苦奮鬥，珍惜時間，凡事認真”這是他的座右銘。他把自己的一切獻給科學和教育事業。他在《理想·學習·生活》一書中提出了一系列有見解的看法：

“在培養數學人才方面，我的做法可以歸納為三條：一是先鼓勵他們盡快趕上自己；二是不要擋住他們成才之路，要讓他們超過自己，繼續前進；三是自己決不能一勞永逸，還要抓緊學習和研究，用自己的行動，在背後趕上他們，推他們一把，使中青年人勇往直前。”

“始終堅持教學和科研相結合。教師講課與輔導，既要使學生聽懂，又要回答學生提出的各種問題，這就要求教學不是簡單的複述，而要有創造性。這種創造性除了教學經驗的積累之外，主

要靠投入科學研究，了解新學科的發展和成果來獲得。”

“培養人的工作，是一項極為嚴肅的科學工作，必須養成尊重科學的風氣。因此，對一個教師來說，嚴謹治學，注重科學態度，是極端重要的。這種嚴謹的作風，包括了實事求是，不懂決不裝懂，艱苦奮鬥，養成獨立思考的習慣；珍惜時間，捨得花功夫等等。”

“理工科學生要有文史知識。”

“科學研究，首先是‘實事求是，循序前進’，然後在這個基礎上才能‘齊頭並進，迎頭趕上’。沒有基礎，就沒有賴以成長的土壤，那怎麼能夠開花結果呢？”

“社會上要尊重教師，教師也要尊重自己，一舉一動要為人師表。”

蘇步青性情開朗，思路敏捷，說話富有幽默感。在學生時代，愛好體育，擅長足球、網球、摩托車。中年以後，堅持鍛煉身體，洗冷水澡，每天堅持練功十八法，步行一、二公里。業餘時間常寫詩詞，文采秀美，意境高超。他又工書法，字體酷似蘇東坡。

蘇步青因病於2003年3月17日16時45分在上海逝世，享年101歲。

## 文 獻

### 原始文獻

- [1] Su Buchin, *Selected mathematical papers*, Science Press and Gordon & Breach Publishing Co., 1983。
- [2] 蘇步青，微分幾何學，正中書局，1948；改寫本，高等教育出版社，1988。
- [3] 蘇步青，射影曲線概論，中國科學院，1954；英文版，1958
- [4] 蘇步青，一般空間的微分幾何學，科學出版社，1958。
- [5] 蘇步青，現代微分幾何學概論，上海科學技術出版社，1961

- [6] 蘇步青，射影曲面概論，上海科學技術出版社，1964。
- [7] 蘇步青，高等幾何學講義，上海科學技術出版社，1964。
- [8] 蘇步青，射影共軛網絡概論，上海科學技術出版社，1977。
- [9] 蘇步青、胡和生、沈純理等，微分幾何，人民教育出版社，1979。
- [10] 蘇步青，微分幾何五講，上海科學技術出版社，1979 (英譯本：*Lectures on differential geometry*, World Scientific Publishing Co. Pte Ltd, 1981)。
- [11] 蘇步青、劉鼎元，計算幾何，上海科學技術出版社，1981 (英譯本：*Computational geometry*, Academia Press, 1988)。
- [12] 蘇步青，仿射微分幾何，科學出版社，1982 (英譯本：*Affine differential geometry*, Science Press and Gordon & Breach Publishing Co., 1983)。
- [13] 蘇步青，拓樸學初步，復旦大學出版社，1986。
- [14] 蘇步青，談談怎樣學好數學，上海教育出版社，1989。
- [15] 蘇步青，理想·學習·生活，人民教育出版社，1985。
- [16] 蘇步青，蘇步青文選，浙江科學技術出版社，1991。

## 研究文獻

- [17] 張素誠、白正國、谷超豪、胡和生、蘇步青教授對我國數學事業的貢獻，《數學進展》，12 (1983)，2，第 145 – 156 頁。
- [18] 賈樹枚、王增藩，數學大師蘇步青，《人物》，1983，1，第 74 – 88 頁。
- [19] 谷超豪，《理想·學習·生活》一書的啓示，《人民日報》，1987 年 4 月 3 日。
- [20] 王增藩，蘇步青，《中國現代教育家傳》，湖南教育出版社，第 6 卷，1987，第 121 – 144 頁。
- [21] 黃成炬，蘇步青的“賢內助”，《文彙報》，1983 年 1 月 19 日。
- [22] 常素琴、王增藩，數學家蘇步青，《人民畫報》，1981，2，第 6 – 7 頁。