周 煒 良

周煒良，1911 年 10 月 1 日生於上海；1995 年 8 月 10 日卒於美國巴爾第摩 (Baltimore，U.S.A)。代數幾何。

周煒良之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Chow.html

周 煒 良

張 奠 宙

(華東師範大學)

周煒良，1911 年 10 月 1 日生於上海；1995 年 8 月 10 日卒於美國巴爾第摩 (Baltimore，U.S.A)。代數幾何。

周煒良的父親周達 (美權) 是清末民初著名數學家、集郵家，家境比較富裕。周煒良幼年在上海生長，從未進過學校。五歲開始學中文，十一歲學英文，都由家庭教師講授。二十年代上海的大中學校頗多使用美國的原文課本，周煒良即自學各種知識：從數學到物理，從歷史到經濟。1924 年，周煒良懇求父親送他到美國讀書，先在肯塔基州的阿斯伯里學院補習，後來進入肯塔基大學。那時的主要興趣在政治經濟。直到 1929 年 10 月進入芝加哥大學時，仍然主修經濟學。可是此後兩年內發生了變化。

1931 年夏天，一位在芝加哥大學得到博士學位後又去普林斯頓工作一年的中國數學家，勸周煒良到普林斯頓去，或者去德國的格丁根大學 – 那時的世界數學中心。於是在 1932 年 10 月，周煒良帶著研究數學的模糊想法去了格丁根。補了半年的德文後，希特勒法西斯上台，格丁根衰落了。周煒良在芝加哥時曾讀過 B.L. 范德瓦爾登 (van der Waerden) 寫的《代數學》(*Algebra*)，十分欣賞，於是轉到萊比錫大學隨范德瓦爾登研究代數幾何，這是 1933 年夏天的事。次年夏天，周煒良到漢堡渡暑假，遇到維克特 (Margot Victor) 小姐，成爲好友。周煒良滯留漢堡大學，隨數學家 E. 阿廷 (Artin) 聽課。直到 1936 年初才回到萊比錫，在范德瓦爾登指導下完成博士論文，並和維克特完婚。婚禮上，正在漢堡大學留學的陳省身是唯一的中國賓客。

周煒良成家立業之後，遂返回上海，在南京的中央大學任

數學教授。一年後，抗日戰爭爆發，不得已留在上海。周煒良的岳父在德國曾有很好的工作，由於希特勒的種族迫害而流亡上海，幾乎身無分文。這時的周煒良必須自立掙錢，供養太太、兩個孩子，以及岳父母。

抗日戰爭勝利後，周煒良計劃經營進出口貿易。大約在 1946 年春天，陳省身從美國返回上海。他力勸周煒良重返數學研究，並留下許多戰時發表的論文，特別是 O. 查瑞斯基 (Zariski) 和 A. 韋伊 (Weil) 的論文預引本。周煒良雖然離開數學已近十年之久，但他終於作出他一生中最重要的決定：回到數學領域。

由於陳省身寫信給普林斯頓的 S. 萊夫謝茨 (Lefschetz) 作了推薦，周煒良在上海同濟大學短期任教之後，便於 1947 年春天到達普林斯頓。他在那裡做了一些相當好的工作。次年，范德瓦爾登訪問位於美國馬里蘭州的約翰•霍普金斯大學，周煒良去看他，恰好該校有一個教職的空缺，周煒良遂應聘到那裡就任副教授。1950 年升任正教授。當年，戰後首次恢復的國際數學家大會在美國舉行。周煒良作爲該校的正式代表與會，會後曾在哈佛大學短期講學。1955 年再度去普林斯頓進行訪問研究，返回霍普金斯大學之後就任數學系主任，前後達十一年之久 (1955 – 1966)。1959 年，他當選爲台北中央研究院院士。1977 年，周煒良退休，成爲霍普金斯大學的榮退教授。

周煒良把畢生精力奉獻給代數幾何的研究，成爲二十世紀代數幾何學領域的主要人物之一，以周煒良名字命名的數學名詞，僅在日本《岩波數學詞典》裡就收有七個。回顧二十世紀中國數學的歷史，能在世界數壇上留下痕跡的華人數學家並不多，周煒良是其中傑出的一位。

代數幾何學是解析幾何的深入和發展。正如二元二次代數方程 $x^2 + y^2 = r^2$ 的解集 (x, y) 可以表示半徑爲 r 的圓，代數幾何的研究對象仍是高次多元代數方程或代數方程組的解集，

即係數在某域 k 內的 n 元多項式 F_1、F_2、$\cdots$、F_n 所形成的代數方程組 $F_1(x_1,\cdots,x_n)=0$、$F_2(x_1,\cdots,x_n)=0$、$\cdots$、$F_n(x_1,\cdots,x_n)=0$ 位於域 k 內的公共解集合 V，我們稱之爲代數簇 (algebraic variety)，最簡單的代數簇就是平面曲線。橢圓函數、橢圓積分、阿貝爾 (Abel) 積分等都與平面曲線有關，複變量的代數函數論及黎曼曲面論進一步推動了現代代數幾何學的發展。

十九世紀下半葉，德國的 R. 克萊布什 (Clebsch)、J. 普呂克 (Plücker)、M. 諾特 (Noether) 以及義大利學派曾做出很大貢獻。經過 J.H. 龐加萊 (Poincaré)、C.E. 皮卡 (Picard)、J.W. 戴德金 (Dedekind) 和 A. 凱萊 (Cayley) 的發展，到二十世紀二十至三十年代，E. 諾特 (Noether)、E. 阿廷 (Artin) 和他們的學生范德瓦爾登創立了抽象代數學，爲代數幾何學的研究注入了新的活力。周煒良的代數幾何學研究正是在這樣的背景下開始的。

周煒良坐標

1937 年，周煒良最初的兩篇論文發表在德國的《數學年刊》(*Mathematische Annalen*) 上。第一篇是與范德瓦爾登合作的，第二篇則是周煒良的博士論文。這兩篇文章繼承了凱萊和普呂克的工作，並將其推廣到 n 維射影空間 P^n 上的代數簇。其中指出，任何 n 維射影空間 P^n 中的不可約射影族 X 可唯一地由一個配型 (associated form) F_x 所決定，配型的坐標即著名的周煒良坐標。該坐標是普呂克坐標的推廣，現已成爲代數幾何學研究的一項基本工具。

抗日戰爭開始後，周煒良在上海閒居，繼續研究數學。1939 年，他發表了一篇重要論文“關於一階線性偏微分方程組”，將 C. 卡拉西奧多里 (Carathéodory) 的一項工作 (1909) 推廣到一般的高維流形。當時並未引起人們注意，事隔三十餘年之後，這篇文章成爲非線性連續時間系統可控性數學理論的基石之一。控制論表達的

周煒良定理 (或稱卡拉西奧多里 − 周定理) 可以寫成：

假設 $V(M)$ 是解析流形 M 上所有解析向量場的全體， D 是 $V(M)$ 中對稱子集，$T(D)$ 是 $V(M)$ 中含 D 的最小子代數， 而 $I(D, x)$ 是通過 x 的極大積分流形。 那麼， 對任何 $x \in M$ 、 $y \in I(D, x)$， 都存在一條積分曲線 α： $[0, T] \to M$，$T \geq 0$，使得 $\alpha(0) = x$， 且 $\alpha(T) = y$。

抗日戰爭後期， 周煒良曾有論文涉及代數基本定理的拓樸證明和電網絡理論等， 似乎已偏離了代數幾何學的方向。 信息斷絕和乏人討論， 恐是主要原因。

周煒良於 1947 年到達普林斯頓高級研究院， 開始了他的黃金創作期。 他首先撰文闡明， E. 嘉當 (Cartan) 意義下的對稱齊次空間可以表示爲代數簇， 因而能用代數幾何的框架研究其幾何學性質。 該文所附文獻中包括華羅庚的有關矩陣幾何學的論文多篇。 1947 − 1948 年間， 法國數學家 C. 謝瓦萊 (Chevalley) 也在普林斯頓， 他對周煒良的這篇論文做了很長的評論性摘要， 發表在美國的《 數學評論 》(*Mathematical Review*)。 謝瓦萊曾邀請周煒良證明下列猜想：“任何代數曲線， 在一個代數系統中的虧數， 不會大於該系統中一般曲線的虧數”。 周煒良使用純代數的方法給出了證明， 其主要工具之一仍然是范德瓦爾登 − 周煒良形式。

關於解析簇的周煒良定理

周煒良於 1949 年發表了一篇重要論文 “關於緊複解析簇”。 所謂的解析簇 V， 是指對任何 $p \in V$， 總存在一組解析函數 g_1 、 g_2 、 $\cdots$ 、 g_n 和點 p 的一個鄰域 $B(p)$， 使得 $V \cap B(p)$ 中的點 x 都 g_1 、 g_2 、 $\cdots$ 、 g_n 的零點。 這是一種局部性質。 由於多項式都是解析函數， 所以代數簇都是解析簇。 周煒良證明了某些情形下的逆命題：

“若 V 是 n 維複射影空間 CP^n 中的閉解析子簇， 那麼它一定

是代數簇，而且所有閉解析子簇間的半純映射，一定是有理映射”。

這一反映由局部性質向整體性質過渡的深刻結論，被稱爲周煒良定理 (Chow Theorem)，在代數幾何學著作中廣受重視。在許多論文裡，常常把它作爲新理論的出發點。

複解析流形

1950 年前後，複解析流形的研究形成熱門課題。日本數學家小平邦彥 (K. Kodaira) 是這方面的專家，當時也在美國工作，與周煒良有交往。1952 年，周煒良證明了如下結果：“若 V 是複 r 維的緊複解析流形，$F(V)$ 是 V 上半純函數所構成的域，則 $F(V)$ 是有限的代數函數域，其超越維數 s 不會大於 r。此外，還存在一 s 維的代數簇 V' 以及 V 到 V' 的半純變換 T，使 T 可誘導出 $F(V)$ 和 $F(V')$ 間的同構。特別地，如果可選擇 V' 使得 T 還是雙正則變換，那麼 V 必是代數簇。” 這就把複解析流形和代數簇聯繫起來了。

把這個一般的結論用於二維的克勒 (Kähler) 曲面，並用小平邦彥所建立的克勒流形上的黎曼－洛赫 (Riemann-Roch) 定理，就可以得出如下結論：“具有兩個獨立的半純函數的克勒曲面 (即 $s = r = 2$ 的情形) 一定是代數曲面。” 這是周煒良和小平邦彥合作的論文中的一個結論，被稱爲周－小平 (Chow-Kodaira) 定理。

周煒良簇和周煒良環

用周煒良坐標可以對平面曲線和空間曲線進行分類。只要由已知的次數 d 和虧數 g，從非奇異的空間射影曲線的周煒良坐標形成所謂周煒良簇，就能很自然地用有限個擬射影簇將它參數化。

在射影簇研究上，另一個爲人們所稱道的周煒良引理 (Chow Lemma)，涉及完全簇和射影簇的關係。蘇聯數學家 И. Р. 沙法列維奇 (Щафаревич) 在其名著《代數幾何基礎》中曾提到這一引

理：

“對於每一個不可約的完全簇 X，總有一個射影簇 X'，使得 X 和 X' 之間有一雙有理同構”。

周煒良在射影簇方面最著名的工作是提出了周煒良環 (Chow Ring)。他於 1956 年發表的論文 “關於代數簇上閉鏈的等價類”，提出了射影代數簇上代數閉鏈的有理等價性的系統理論。大意是：設 V 是 n 維射影空間 P^n 上的代數簇，其上的 s 維閉鏈所成的群爲 $G(V, s)$，與零鏈等價的閉鏈成子群 $Gr(V, s)$。令 $Hr(V, s)$ 是二者的商群。將 s 從 1 到 n 作直和，得

$$Hr(V) = \bigoplus_{s=1}^{n} Hr(V, s)。$$

周煒良在 $Hr(V)$ 上定義一種乘法，使之構成環，這就是著名的周煒良環。它是結合的、交換的、具有單位元。這篇論文由 M.F. 阿蒂亞 (Atiyah) 寫成文摘刊於美國的《數學評論》。

周煒良環具有很好的函子性質：設 p 是兩代數簇 X、V 之間的模射，f：$X \to V$，則 V 中閉鏈 C 的原像 $f^{-1}(C)$ 也是 X 中的閉鏈，且此運算與相截 (intersection) 和有理等價性能夠相容。因此，它是代數幾何研究中的一項重要工具。周煒良環在許多情形可以代替上同調環。在證明各種黎曼－洛赫定理時，常用周煒良環去導出陳省身類。著名的韋伊 (Weil) 猜想的解決，也可使用周煒良環。

另一個常被引用的結論是所謂周煒良運動定理 (Chow’s Moving Lemma)：若 Y、Z 是非奇異擬射影簇 X 中的兩閉鏈，則必存在與 Z 有理等價的閉鏈 Z'，使 Y 和 Z' 具有相交性質 (intersect property)。1970 年在奥斯陸舉行的代數幾何會議上，有專文論述此定理。

關於阿貝爾簇的周煒良定理

二十世紀四十年代， A. 韋伊 (Weil) 等開創了阿貝爾簇的研究。 他們把代數曲線上的雅可比 (Jacobi) 簇發展爲一般代數流形上的皮卡－阿爾巴內塞 (Picard-Albanese) 簇理論， 將過去義大利學派的含糊結果加以澄清。 周煒良對此作了豐富和發展， 並推廣到特徵 p 域的情形。 周煒良在文獻 [10] 中證明對一般射影代數簇都存在雅可比簇。 文獻 [11] 和 [12] 給出了阿貝爾簇的代數系統理論， 其中有關可分 (separable)、 正則 (regular) 和本原擴張 (primary extention) 的論述， 已成爲這一領域的基本文獻。

周煒良還證明了以下結論： “若 A 是域 k 上的阿貝爾簇， B 是定義在 k 的準素擴張 K 上的阿貝爾子簇， 那麼 B 也在 k 上有意義。” S. 藍 (Lang) 稱之爲周煒良定理。

周煒良在 1957 年發表的關於阿貝爾簇的論文也反覆被人引用。 這一年， 普林斯頓大學以數學名家萊夫謝茨的名義舉行 “代數幾何與拓樸” 的科學討論會， 韋伊和周煒良都參加了。 他們兩人在會上宣讀的論文密切相關。 韋伊證明任何阿貝爾簇都可嵌入射影空間， 而周煒良則證明任何齊次簇 (不必完備) 也可嵌入射影空間。 文章不長， 但解決得很徹底。

其它工作

周煒良在代數幾何領域的研究， 涉及很廣。 例如查瑞斯基關於抽象代數幾何中的退化原理 (degeneration principle) 的論證， 很長而且難懂， 周煒良把證明作了大幅壓縮， 並加以推廣。 他和井草准一 (J. Igusa) 合作， 建立了環上代數簇的上同調理論。 此外， 還推廣了代數幾何中的連通性定理。 在擴充由 W.V. 霍奇 (Hodge) 與 D. 佩多 (Pedoe) 證明的格拉斯曼 (Grassmann) 簇的基本定理時， 指出了某些環空間上的代數特性。 這些都是很有價值的工作。 退休之後， 周煒良仍然研究不輟。 1986 年， 他以七十五歲高齡， 發表了題爲 “齊次空間上的形式函數 (formal function)” 的論文。

P. 拉克斯 (Lax) 把周煒良列爲最重要的移居美國的數學家之一。 但他性情淡泊， 甚至很少參加國際學術會議。 他是台北中央研究院院士， 卻長期不參加活動。 應該說， 周煒良的學術成就遠超他應得的榮譽。 不過， 各種代數幾何的論著不斷地引用周煒良的工作， 並以周煒良的名字陸續命名一系列術語， 這也許是更有意義的褒獎了。

文　　獻

原始文獻

[1] Wei Liang Chow, B.L. Van der Waerden, *Zur algebraischen geometrie, DX： Uber zugeordnete formen und algebraische system on algebraische mannigfaltigkeiten*, Mathematische Annalen, Bd. 113 (1937), S. 692－704。

[2] Wei Liang Chow, *Die gèometrische theorie der algebraischen funktionen fur beliebige vollkommen korper*, Mathematische Annalen, Bd. 114 (1937), S. 655－682。

[3] Wei Liang Chow, *Über system von linearen partiellen differntialgleichungen erster ordung*, Math Ann., 117 (1939), 98－105。

[4] Wei Liang Chow, *On the geometry of algebraic homogeneous spaces*, Annals of Mathematics, 50 (1948), 32－67。

[5] Wei Liang Chow, *On the genus of curves of an algebric system*, Aransection of American Mathematical Society, 65 (1949), 130－140。

[6] Wei Liang Chow, *On compact complex analytic varieties*, American Journal of mathematics, 71 (194), 893－914。

[7] Wei Liang Chow, *On Picard varieties*, American Journal of Mathematics, 74 (1952), 895－909。

[8] Wei Liang Chow and K. Kodaira, *On analytic surfaces with two independent meromorphic functions*, Proceeding of National Academy of Sciences of U.S.A., 38(1952), 719－725。

[9] Wei Liang Chow, *On equivalance classes of cycles in an algebraic geometry*, Annals of Mathematics, 64 (1956), 450－479。

[10] Wei Liang Chow, *The Jacobian variety of an algebraic curve*, American Journal of Mathematics, 76 (1954), 463－476。

[11] Wei Liang Chow, *Abelian varieties over function fields*, Transection of American Mathematical Society, 78 (1955), 253－275。

[12] Wei Liang Chow, *On Abelian varieties over function fields*, Proceeding of National Academy of Sciences of U.S.A., 41 (1955), 582－586。

[13] Wei Liang Chow, *On the projective embending of homogeneous varieties, Algebraic geometry and topology, a symposium in honor of S. Lefschetz*, Princeton, 1957, 122－128。

[14] Wei Liang Chow, *Formal functions on homogeneous spaces*, Inventions mathematicae, 86 (1986), 115－130。

[15] Wei Liang Chow, *Shing-Shen Chern, A friend and mathematician a reminisence on the occasion of the* 80*th Birthday, in Chern — A great geometer of the twentieth century*, ed. Shing-Tung Yau, International Press, Hong Kong, 1992。

研究文獻

[16] R. Hartshorne, *Algebraic geometry,* 見 *Graduate text in mathematics*, No. 52, Springer-Verlag, 1977。

[17] S. Iyanaka and Y. Kawada, *Encyclopedia dictionary of mathematics* 即《岩波數學詞典》，中譯本：科學出版社，1984。

[18] S. Lang, *Introduction to algebraic geometry*, Addison-Wesley Publishing Company, 1958。

[19] S. Lang, *Abelian Varieties, Spring-Verlag*, 1983。

[20] P. Lax, *The bomb, sputnik computers and Euroupean mathematicians*, The bicentennial tribute American mathematics, 1776－1976, Washington, 1977。

[21] I. Macdonald, *Algebraic geometry, introduction to schemes*, W.A. Benjamin Inc, 1968, 99。

[22] H.J. Sussmann and V. Jurdjevic, *Controllability of nonlinear systems*, Journal of Differential Equations, 12 (1972), 95－116。

[23] Shafarevich (即 И. Р. Щафаревич), *Basic algebraic geometry*, Springer-Verlag, 1977, 282。