

# 圖 靈

圖靈，A.M. (Turing，Alan Mathison) 1912年6月23日生於英國倫敦；1954年6月7日卒於英國威姆斯洛 (Wilmslow)。數學、數理邏輯、計算機科學。

圖靈之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Turing.html>

# 圖 靈

孫 宏 安

(遼寧師範大學)

圖靈，A.M. (Turing，Alan Mathison) 1912 年 6 月 23 日生於英國倫敦；1954 年 6 月 7 日卒於英國威姆斯洛 (Wilmslow)。數學、數理邏輯、計算機科學。

圖靈的父親 J.M. 圖靈早年就讀於牛津大學科帕斯克斯蒂學院歷史系，後為從政，被派往印度，擔任民政部的官員。圖靈的母親 E.S. 斯托尼 (Stoney) 生於一個鐵路工程師家庭，曾就讀於巴黎大學文理學院。圖靈是他們的次子。

圖靈的父親在印度工作，母親也常去印度，孩子們經常住在一位朋友家中。圖靈少年時就表現出獨特的直覺創造能力和對數學的愛好。1926 年，他考入倫敦有名的舍本 (Sherborne) 公學，受到良好的中等教育。他在中學期間表現出對自然科學的極大興趣和敏銳的數學頭腦。1927 年末，年僅十五歲的圖靈為了幫助母親理解 A. 愛因斯坦 (Einstein) 的相對論，寫了愛因斯坦的一部著作的內容提要，表現出他已具備非凡響的數學水準和科學理解力。他對自然科學的興趣使他在 1930 年和 1931 年兩次獲得他的一位同學 C. 莫科姆 (Morcom) 的父母設立的自然科學獎，獲獎工作中有一篇論文題為“亞硫酸鹽和鹵化物在酸性溶液中的反應” (*The reaction of sulphurous salt upon halogenide in acid solution*)，受到政府派來的督學的讚賞。對自然科學的興趣為他後來的一些研究奠定了基礎。他的數學能力使他在唸中學時獲得過國王愛德華六世數學金盾獎章。

1931 年，圖靈考入劍橋大學國王學院，由於成績優異而獲得數學獎學金。在劍橋，他的數學能力得到充分的發展。1935

年，他的第一篇數學論文“左右殆週期性的等價”(*Equivalence on left and right almost periodicity*)發表於《倫敦數學會雜誌》(*J. Lond. Math. Soc.*)上。同一年，他還寫出“論高斯誤差函數”(*On the Gaussian error function*)一文。這一論文使他由一名大學生直接選為國王學院的研究員，並於次年榮獲國著名的史密斯(Smith)數學獎，成為國王學院聲名顯赫的畢業生之一。

1936年5月，圖靈寫出了表述他的最重要的數學成果的論文“論計算數及其在判定問題中的應用”(*On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*)，該文於1937年在《倫敦數學會文集》(*Proc. Lond. Math. Soc.*)第42期上發表後，立即引起廣泛的注意。文中，他分析了計算的過程，給出了理論上可計算任何“可計算序列”－某種0和1的序列－的“通用”計算機概念，並利用這一概念解決了D. 希爾伯特(Hilbert)提出的一個著名的判定問題。1937年，圖靈發表的另一篇文章“可計算性與 $\lambda$ 可定義性”(*Computability and  $\lambda$ -definability*)則拓廣了A. 丘奇(Church)提出的“丘奇論點”，形成“丘奇－圖靈論點”，對計算理論的嚴格化，對計算機科學的形成和發展都具有奠基性的意義。

1936年9月，圖靈應邀到美國普林斯頓高級研究院學習，並與丘奇一同工作。在美國期間，他對群論作了一些研究，並撰寫了博士論文，1938年在普林斯頓獲博士學位，其論文題目為“以序數為基礎的邏輯體系”(*Systems of logic based on ordinals*)，1939年正式發表，在數理邏輯研究中產生了深遠的影響。

1938年夏，圖靈回到英國，仍在劍橋大學國王學院任研究員，繼續研究數理邏輯和計算理論，同時開始了計算機的研製工作。第二次世界大戰打斷了他的正常研究工作，1939年秋，他應召到英國外交部通信處從事軍事工作，主要是破譯敵方密碼的工作。由於破譯工作的需要，他參與了世界上最早的電子計算機的

研製工作。他的工作取得了極好的成就，因而於 1945 年獲政府的最高獎－大英帝國榮譽勳章 (O.B.E. 勳章)。人們認為，通用計算機的概念就是圖靈提出來的。

1945 年，圖靈結束了在外交部的工作，他試圖恢復戰前在理論計算機科學方面的研究，並結合戰時的工作，具體研製出新的計算機來。這一想法得到當局的支持。同年，圖靈被錄用為泰丁頓 (Teddington) 國家物理研究所的研究人員，開始從事“自動計算機”(ACE) 的邏輯設計和具體研製工作。這一年，圖靈寫出一份長達 50 頁的關於 ACE 的設計說明書 (*Proposals for development in the mathematics division of an ACE*)。這一說明書在保密了 27 年之後，於 1972 年正式發表。在圖靈的設計思想指導下，1950 年製出了 ACE 樣機，1958 年製成大型 ACE 機。

1948 年，圖靈接受了曼徹斯特大學的高級講師職務，並被指定為曼斯斯特自動數字計算機 (Madam) 項目的負責人助理，具體領導該項目的數學方面的工作。作為這一工作的總結，1950 年圖靈編寫出版了《曼徹斯特電子計算機程序員手冊》(*The programmers' handbook for the Manchester electronic computer*)。這期間，他繼續進行數理邏輯方面的理論研究。

早在 1947 年，圖靈就提出自動程序設計的思想，1950 年，他提出關於機器思維的問題，他的論文“計算機和智能” (*Computing machinery and intelligence*)，引起了廣泛的注意和深遠的影響。1956 年，在收入一部分文集時此文改名為“機器能夠思維嗎？” (*Can a machine think?*)，至今仍是研究人工智能的首選讀物之一。

1951 年，圖靈當選為英國皇家學會會員。1952 年，他辭去劍橋大學國王學院研究員的職務，專心在曼徹斯特大學工作。除了日常工作和研究工作之外，他還指導一些博士研究生，還擔任了製造曼徹斯特自動數字計算機的一家公司－弗蘭蒂公司 (Ferranti's)

－的顧問。

圖靈少年時就形成的對自然科學的興趣一直使他樂於思考自然科學問題。四十年代末他表現出對生物學的濃厚興趣，1951年，他寫成長篇專論“形態形成的化學基礎”(*The chemical basis of morphogenesis*)於次年發表，他利用數學工具深刻地闡釋了生物形態和生物化學的問題，對生物數學的發展起了直接的推動作用。

圖靈思想活躍，但性格較內向。他愛好體育，在劍橋上學時就當過賽艇划手，四十年代以後更把長跑當作主要的鍛煉和休息形式。他在國家物理學研究所的運動會上得過1英里<sup>1</sup>跑和3英里跑的冠軍；還得過3英里跑的俱樂部冠軍；1947年，他參加了英國業餘體聯舉辦的馬拉松冠軍賽並進入了前15名，此時他已名揚四海，報紙上稱他為“電子運動員”。圖靈終身未婚。1954年6月7日，圖靈可能由於偶然事故－氟化鉀中毒卒於威姆斯洛他自己的寓所中。

圖靈在科學、特別在數理邏輯和計算機科學方面，取得了舉世矚目的成就，他的一些科學成果，構成了現代計算機技術的基礎。

## 1. 可計算性理論

計算，可以說是人類最先遇到的數學課題，並且在漫長的歷史年代裡，成為人們社會生活中不可或缺的工具。那麼，什麼是計算呢？直觀地看，計算一般是指運用事先規定的規則，將一組數值變換為另一(所須的)數值的過程。對某一類問題，如果能找到一組確定的規則，按這組規則，當給出這類問題中的任一具體問題後，就可以完全機械地在有限步內求出結果，則說這類問題是可計算的。這種規則就是算法，這類可計算問題也可稱之為存在算法的問題。這就是直觀上的能行可計算或算法可計算的概念。

---

<sup>1</sup>1英里 = 1609.344米。

在二十世紀以前，人們普遍認為，所有的問題類都是有算法的，人們的研究就是找出算法來。似乎正是為了證明一切科學命題，至少是一切數學命題存在算法，G.W. 萊布尼茨 (Leibniz) 開創了數理邏輯的研究工作。但是二十世紀初，人們發現有許多問題已經長期研究，仍然找不到算法，例如希爾伯特第 10 問題，半群的字的問題等。於是人們開始懷疑，是否對這些問題來說，根本就不存在算法，即它們是不可計算的。這種不存在性當然須要證明，這時人們才發現，無論對算法還對可計算性，都沒有精確的定義！按前述對直觀的可計算性的陳述，根本無法作出不存在算法的證明，因為“完全機械地”指什麼？“確定的規則”又指什麼？仍然是不明確的。實際上，沒有明確的定義也不能抽象地證明某類問題存在算法，不過存在算法的問題一般是通過構造出算法來確證的，因而可以不涉及算法的精確定義問題。

解決問題的需要促使人們不斷作出探索。1934 年，K. 哥德爾 (Gödel) 在 J. 埃爾布朗 (Herbrand) 的啓示下提出了一般遞歸函數的概念，並指出：凡算法可計算函數都是一般遞歸函數，反之亦然。1936 年，C. 克林尼 (Kleene) 又加在具體化。因此，算法可計算函數的一般遞歸函數定義後來被稱為埃爾布朗－哥德爾－克林尼定義。同年，丘奇證明了他提出的  $\lambda$  可定義函數與一般遞歸函數是等價的，並提出算法可計算函數等同於一般遞歸函數或  $\lambda$  可定義函數，這就是著名的“丘奇論點”。

用一般遞歸函數雖給出了可計算函數的嚴格數學定義，但在具體的計算過程中，就某一步運算而言，選用什麼初始函數和基本運算仍有不確定性。為消除所有的不確定性，圖靈在他的“論可計算數及其在判定問題中的應用”一文中從一個全新的角度定義了可計算函數。他全面分析了人的計算過程，把計算歸結為最簡單、最基本、最確定的操作動作，從而用一種簡單的方法來描述那種直觀上具有機械性的基本計算程序，使任何機械(能行)的程序都可

以歸約爲這些動作。這種簡單的方法是以一個抽象自動機概念爲基礎的，其結果是：算法可計算函數就是這種自動機能計算的函數。這不僅給計算下了一個完全確定的定義，而且第一次把計算和自動機聯繫起來，對後世產生了巨大的影響，這種“自動機”後來被人們稱爲“圖靈機”。

圖靈機是一種自動機的數學模型，它是一條兩端(或一端)無限延長的紙帶，上面劃成方格，每個方格中可以印上某字母表中的一個字母(亦可爲空格，記爲  $S_0$ )；又有一個讀寫頭，它具有有限個內部狀態。任何時刻讀寫頭都注視著紙帶上的某一個方格，並根據注視方格的內容以及讀寫頭當時的內部狀態而執行變換規則所規定的動作。每個圖靈機都有一組變換規則，它們具有下列三種形狀之一：

$$q_i a R q_j \quad q_i a L q_j \quad q_i a b q_j$$

意思是：當讀寫頭處於狀態  $q_i$  時如果注視的內容爲字母  $a$  則讀寫頭右移一格，或左移一格，或印下字母  $b$ (即把注視格的內容由  $a$  改成  $b$ 。 $a$ 、 $b$  可爲  $S_0$ )。

圖靈把可計算函數定義爲圖靈機可計算函數。1937年，圖靈在他的“可計算性與  $\lambda$  可定義性”一文中證明了圖靈機可計算函數與  $\lambda$  可定義函數是等價的，從而拓廣了丘奇論點，得出：算法(能行)可計算函數等同於一般遞歸函數或  $\lambda$  可定義函數或圖靈機可計算函數。這就是“丘奇－圖靈論點”，相當完善地解決了可計算函數的精確定義問題，對數理邏輯的發展起了巨大的推動作用。

圖靈機的概念有十分獨特的意義：如果把圖靈機的內部狀態解釋爲指令，用字母表的字來表示，與輸出字輸入字同樣存貯在機器裡，那就成爲電子計算機了。由此開創了“自動機”這一學科分支，促進了電子計算機的研製工作。

與此同時，圖靈還提出了通用圖靈機的概念，它相當於通用計算機的解釋程序，這一點直接促進了後來通用計算機的設計和研製

工作，圖靈自己也參加了這一工作。

在給出通用圖靈機的同時，圖靈就指出，通用圖靈機在計算時，其“機械性的複雜性”是有臨界限度的，超過這一限度，就要靠增加程序的長度和存貯量來解決。這種思想開啓了後來計算機科學中計算複雜性理論的先河。

## 2. 判定問題

所謂“判定問題”指判定所謂“大量問題”是否具有算法解，或者是否存在能行性的方法使得對該問題類的每一個特例都能在有限步驟內機械地判定是否具有某種性質(如是否真，是否可滿足或是有解等，隨大量問題本身的性質而定)的問題。

判定問題與可計算性問題有密切的聯繫，二者可以相互定義：對一類問題若能找到確定的算法以判定其是否具有某種性質，則稱這類問題是能行可判定的，或可解的；否則是不可判定的，或不可解的。二者又是有區別的：判定問題是要確定是否存在一個算法，使對一類問題的每一個特例都能對某一性質給以一個“是”或“否”的解答；可計算性問題則是找出一個算法，從而求出一些具體的客體來。

圖靈在判定問題上的一大成就是把圖靈機的“停機問題”作為研究許多判定問題的基礎，一般地，把一個判定問題歸結為停機問題：“如果問題 A 可判定，則停機問題可判定。”從而由“停機問題是不可判定的”推出“問題 A 是不可判定的”。

所謂停機指圖靈機內部達到一個結果狀態、指令表上沒有的狀態或符號對偶，從而導致計算終止。在每一時刻，機器所處的狀態，紙帶上已被寫上符號的所有格子以及機器當前注視的格子位置，統稱機器的格局。圖靈機從初始格局出發，按程序一步步把初始格局改造為格局的序列。此過程可能無限制繼續下去，也可能遇到指令表中沒有列出的狀態、符號組合或進入結束狀態而停

機。在結束狀態下停機所達到的格局是最終格局，此最終格局(如果存在)就包含機器的計算結果。所謂停機問題即是：是否存在一個算法，對於任意給定的圖靈機都能判定任意的初始格局是否會導致停機？圖靈證明，這樣的算法是不存在的，即停機問題是不可判定的，從而使之成為解決許多不可判定性問題的基礎。

1937年，圖靈用他的方法解決了著名的希爾伯特判定問題：狹謂詞演算(亦稱一階邏輯)公式的可滿足性的判定問題。他用一階邏輯中的公式對圖靈機進行編碼，再由圖靈機停機問題的不可判定性推出一階邏輯的不可判定性。他在此處創用的“編碼法”成為後來人們證明一階邏輯的公式類的不可判定性的主要方法之一。

在判定問題上，圖靈的另一成果是1939年提出的帶有外部信息源的圖靈機概念，並由此導出“圖靈可歸約”及相對遞歸的概念。運用歸約和相對遞歸的概念，可對不可判定性與非遞歸性的程度加以比較。在此基礎上，E. 波斯特(Post)提出了不可解度這一重要概念，這方面的工作後來有重大的進展。

圖靈參與解決的另一個著名的判定問題是“半群的字的問題”。這是A. 圖埃(Thue)在1914年提出來的：對任意給定的字母表和字典，是否存在一種算法能判定兩個任意給定的字是否等價[給出有限個不同的稱為字母的符號，便給出了字母表，字母的有限序列稱為該字母表上的字。把有限個成對的字 $(A_1, B_1), \dots, (A_n, B_n)$ 稱為字典。如果兩個字 $R$ 和 $S$ 使用有限次字典之後可以彼此變換，則稱這兩個字是等價的]？1947年，波斯特和A.A. 馬爾科夫(Markov)用圖靈的編碼法證明了這一問題是不可判定的。1950年，圖靈進一步證明，滿足消元律的半群的字的問題也是不可判定的。

### 3. 電子計算機

電子計算機的出現和廣泛應用是二十世紀新技術革命的主要

標誌之一。很長時期中人們一直認為，第一台電子計算機是美國人按 J.W. 莫奇利 (Mauchly) 提出的方案於 1946 年製成的“電子數字積分和自動計算機” (ENIAC)。圖靈在第二次世界大戰中從事的密碼破譯工作涉及到電子計算機的設計和研製，但此項工作嚴格保密。直到七十年代，內情才有所披露。從一些文件來看，很可能世界上第一台電子計算機不是 ENIAC，而是與圖靈有關的另一台機器，即圖靈在戰時服務的機構於 1943 年研製成功的 COLOSSUS (巨人) 機，這台機器的設計採用了圖靈提出的某些概念。它用了 1500 個電子管，採用了光電管閱讀器；利用穿孔紙帶輸入；並採用了電子管雙穩態線路，執行計數、二進制算術及布爾代數邏輯運算。巨人機共生產了 10 台，用它們出色地完成了密碼破譯工作。

1946 年 ENIAC 投入運行，以它的計算速度 (每秒 5000 次運算) 而震驚了世界。但是在它未完工之前，一些人，包括它的主要設計者就認識到，它的控制方式已不適用了：ENIAC 並不不是像現在的計算機那樣用程序來進行控制，而是利用硬件即利用插線板和轉換開關所連接的邏輯電路來控制運算。這樣一來，這台機器固然可以在幾分鐘內作完極複雜的運算，但要改變一下運算題目。卻要花十幾小時甚至幾十小時才能做好準備。因此，如何用程序自動控制運算就成為提高電子計算機效率的關鍵性問題。

1945 年初，J. 馮・諾伊曼 (von Neumann)、莫奇利等人提出了著名的 EDVAC [*electronic discret variable automatic computer* (離散變量自動電子計算機)] 方案，提出關於存貯程序控制的電子計算機的總體設想，指出這種計算機應由計算器、控制器、存貯器及輸入、輸出裝置等五個部分組成 (後來形成了左右電子計算機四十餘年的所謂“馮・諾伊曼方式”)，但沒有提出進一步的結構設計。1945 年底圖靈寫出的關於 ACE 的設計說明書中，最先給出了存貯程序控制計算機的結構設計 (圖靈後來參與研製的 Madam 機

則是當時世界上存貯量最大的電子計算機)。在圖靈的這份說明書中還最先提出了指令寄存器和指令地址寄存器的概念，提出了子程序和子程序庫的思想，這都是現代電子計算中最基本的概念和思想。令人吃驚的是，在這份說明書中，圖靈已提出了“仿真系統”的思想，所謂仿真系統，指機器可以沒有固定的指令系統，但它能夠模擬許多具有不同指令系統的計算機的功能。英國的 ACE 機只採用了圖靈的部分思想，而基於保密的需要，圖靈的 ACE 設計說明書，直到 1972 年才得以發表。這期間，人們不得不重新發現圖靈已經發現過的東西，恰恰也是在 1972 年，人們才製成具有仿真系統的計算機。

#### 4. 人工智能

圖靈是人工智能研究的先驅者之一。實際上，圖靈機，尤其是通用圖靈機作為一種非數值符號計算的模型，就蘊含了構造某種具有一定的智能行爲的人工系統以實現腦力勞動部分自動化的思想，這正是人工智能的研究目標。而且正是從圖靈機概念出發，在第二次世界大戰時的軍事工作期間，圖靈在業餘時間裡經常考慮並與一些同事探討“思維機器”的問題，並且進行了“機器下象棋”一類的初步研究工作。

1947 年，圖靈在一次關於計算機的會議上作了題為“智能機器”(intelligent machinery) 的報告，詳細地闡述了他關於思維機器的思想，第一次從科學的角度指出：“與人腦的活動方式極為相似的機器是可以製造出來的。”在該報告中，圖靈提出了自動程序設計的思想，即藉助證明來構造程序的思想。現在自動程序設計已成為人工智能的基本課題之一。圖靈這一報告中的思想極為深刻、新奇，似乎超出了當時人們的想像力。1959 年，這一報告編入圖靈的著作選集首次發表時，似乎仍未引起人們的重視。只是當 1969 年，這一報告再次發表，人工智能已有了相當

進展，尤其是 R.J. 瓦丁格 (Waldinger) 於 1969 年重新提出自動程序設計的概念，人們才開始理解了圖靈這一報告的開創性意義。

1950 年，圖靈發表了著名的“計算機和智能”的論文。這篇文章對智能給出一個行為主義的定義，並設計了著名的“圖靈測驗”，即一個人在不接觸對象的情況下，同對象進行一系列的問答(可藉助電傳打寫機)，如果他根據這些問答無法判斷對象是人還是計算機，那麼就可以認為這個計算機具有同人相當的智力，圖靈還預言，二十世紀末將會出現這樣的機器。1956 年圖靈的這篇文章以“機器能夠思維嗎?”為題重新發表。此時，人工智能也進入了實踐研製階段。圖靈的機器智能思想無疑是人工智能的直接來源之一。而且隨人工智能領域的深入研究，人們越來越認識到圖靈思想的深刻性：它們至今仍然是人工智能的主要思想之一。

## 5. 其它成果

圖靈思想活躍，他的創造力也是多方面的。據同事們回憶，他在戰時的秘密工作中，曾創造好幾種新的統計技術，但都未形成論文發表，後來又重新為他人所創建，由 A. 瓦爾德 (Wald) 重新發現並提出的“序貫分析”就是其中之一。他對群論也有所研究。在“形態形成的化學基礎”一文中，他用相當深奧而獨特的數學方法，研究了決定生物的顏色或形態的化學物質(他稱之為成形素)在形成平面形態(如奶牛體表的花斑)和立體形態(如放射形蟲和葉序的分佈方式)中的分佈規律性，試圖闡釋“物理化學規律可以充分解釋許多形態形成的事實”這一思想。在生物學界，八十年代才開始探討這一課題。圖靈還進行了後來被稱為“數學胚胎學”的奠基性研究工作。他還試圖用數學方法研究人腦的構造問題，例如估算出一個具有給定數目的神經元的大腦中能存貯多少信息的問題等。這些，至今仍然是吸引著衆多科學家的新穎課題。

人們認為，圖靈是一位科學史上罕見的具有非凡洞察力的奇

才：他的獨創性成果使他生前就已名揚四海，而他深刻的預見使他死後倍受敬佩。當人們發現後人的一些獨立研究成果似乎不過是在圖靈思想超越時代的程度時，怎能不為他的英年早逝感到由衷的惋惜呢！為了紀念他對計算機科學的巨大貢獻，美國計算機協會從六十年代起設立一年一度的圖靈獎，以表彰在計算機科學中做出突出貢獻的人。

## 文 獻

### 原始文獻

- [1] A.M. Turing, *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*, Proc. Lond. Soc., 42 (1937), 2, 230 – 265。A correction, ibid., 43 (1937), 544 – 546。
- [2] A.M. Turing, *Computability and  $\lambda$ -definability*, Jour. Symbolic Logic, 2 (1937), 153 – 163。
- [3] A.M. Turing, *Systems of logic based on ordinals*, Proc. Lond. Math. Soc., 45 (1939), 2, 161 – 228。
- [4] A.M. Turing, *Computing machinery and intelligence*, Mind, 59 (1950), 433 – 460 (以“Can a machine think?”為題重新編入 *The world of mathematics*, Vol. 5, ed. J.R. Newman, Simon & Schuster, New York, 1956)。

### 研究文獻

- [5] S. Turing, *Alan M. Turing*, Cambridge, 1959 (中譯本：[英] 薩·圖林著，阿蘭·圖林，商務印書館，1987)。
- [6] M. Davis, *Computability and unsolvability*, New York, 1958。
- [7] S. C. Kleene, *Introduction to metamathematics*, Amsterdam, Groningen, 1952 (中譯本：[美] S.C. 克林尼著，元數學導論(上、下)，科學出版社，1984 – 1985)。
- [8] 陳厚雲、王行剛等，計算機發展簡史，科學出版社，1985
- [9] 王雨田主編，現代邏輯科學導論(上)，中國人民大學出版社，1987。
- [10] 趙桅帆，阿蘭·圖林，《自然辯證法通訊》，4 (1983)，第 56 – 67 頁。