

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2014 小學中年級組第二輪檢測試題詳解

1. 請問算式 $100 \times 100 - 2015$ 的値之各位數碼的和是多少？
(A) 27 (B) 29 (C) 30 (D) 34 (E) 39

【參考解法 1】

$100 \times 100 - 2015 = 10000 - 2015 = 7985$ ，故差的各位數碼之和為 $7 + 9 + 8 + 5 = 29$ 。

【參考解法 2】

$100 \times 100 = 10000 = (9999 + 1)$ ，它的各位數碼之和可視為 $9 + 9 + 9 + 9 + 1 = 37$ ，而 2015 的各位數碼之和為 $2 + 0 + 1 + 5 = 8$ ，故差的各位數碼之和為 $37 - 8 = 29$ 。

答案：(B)

2. 若 $6 \otimes 2 = 6 + 66 = 72$ 且 $2 \otimes 3 = 2 + 22 + 222 = 246$ ，請問 $5 \otimes 3$ 的値為多少？
(A) 3735 (B) 605 (C) 615 (D) 625 (E) 37035

【參考解法】

$5 \otimes 3 = 5 + 55 + 555 = 615$ 。

答案：(C)

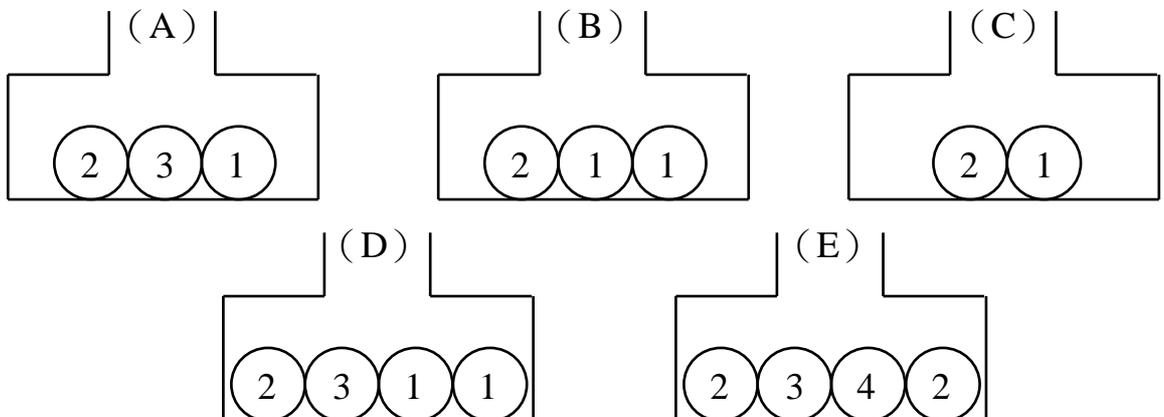
3. 某項體育比賽的計分規則是：每位運動員表演結束後，七名裁判給這位運動員打出分數，先去掉一個最高和一個最低的分後，餘下五名裁判的分數的平均值作為該運動員的實際得分。在這項比賽中，若七名裁判給某位運動員的打分為 9.2、9.5、9.3、9.6、9.1、9.6、9.4，請問該運動員的實際得分是多少？
(A) 9.3 (B) 9.38 (C) 9.4 (D) 9.42 (E) 9.5

【參考解法】

去掉一個最高分 9.6 和一個最低分 9.1，餘下五名裁判的分數的平均值為 $(9.2 + 9.3 + 9.4 + 9.5 + 9.6) \div 5 = 9.4$ 分。

答案：(C)

4. 商場舉行抽獎活動，抽獎方式是從下列五個箱子中任選一個箱子內抽出一個球，如果抽出 1 號球則可獲得對應的獎品。請問從哪一個箱子中得到獎品的機會最大？



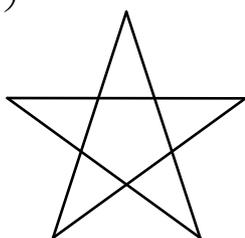
【參考解法】

從(A)箱中抽到 1 號球的機率為 $\frac{1}{3}$ ；從(B)箱中抽到 1 號球的機率為 $\frac{2}{3}$ ；從(C)箱中抽到 1 號球的機率為 $\frac{1}{2}$ ；從(D)箱中抽到 1 號球的機率為 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ；從(E)箱中不可能抽到 1 號球。故(B)抽中 1 號球的可能性最大。

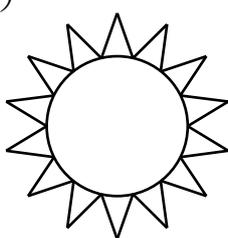
答案：(B)

5. 用筆在紙面上畫圖形，使得筆尖不離開紙面且每條線都恰只畫一次，則稱此圖形可以一筆畫完成。請問下列哪一個圖形不能一筆畫完成？

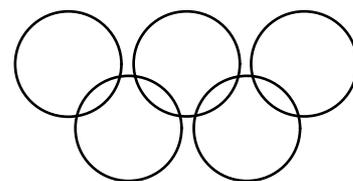
(A)



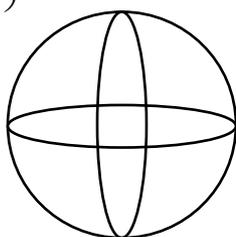
(B)



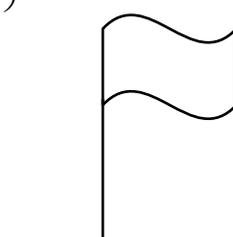
(C)



(D)



(E)



【參考解法】

我們發現一筆畫的問題與頂點連接的弧數有關，也就是與頂點處的分岔情形有關。以某個頂點為端點的弧數稱為這個頂點的叉數，或稱為該點的自由度，所以每個頂點的自由度不是奇數就是偶數。因此我們稱自由度是奇數的頂點為奇頂點；自由度是偶數的頂點為偶頂點。能用一筆畫完全的圖形必須是沒有孤立頂點的連通圖形，並且奇頂點的個數是 0 或 2。

圖形(A)中有 10 個偶頂點沒有奇頂點；圖形(B)中有 28 個偶頂點沒有奇頂點；圖形(C)中有 8 個偶頂點沒有奇頂點；圖形(D)中有 8 個偶頂點沒有奇頂點；圖形(E)中有 3 個偶頂點 4 個奇頂點。故圖形(E)不能一筆劃。

答案：(E)

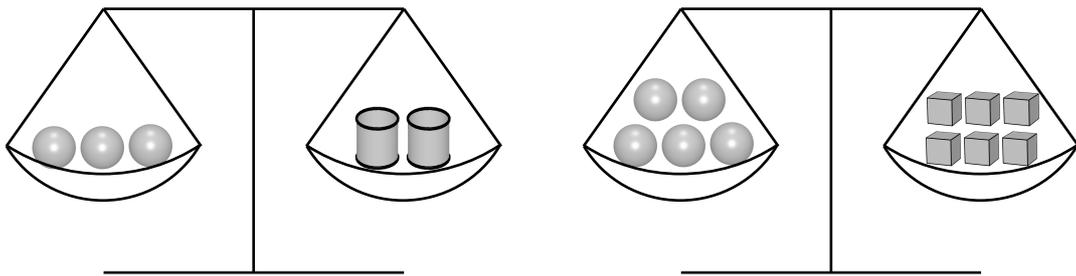
6. 小莉到書店買書，她用所帶的錢之 一半 買了數學書，再用餘下錢的 三分之二 買了語文書，剩下的錢正好買 18 元的英語書。請問小莉總共帶了多少錢？

【參考解法】

小莉用了所帶的錢的一半的三分之一，即六分之一的錢來買英語書，而已知英語書共花了 18 元，因此她總共帶了 $18 \times 6 = 108$ 元。

答案：108 元

7. 用天平來比較球體、圓柱體、正立方體三種物品的重量，已知三個球體與二個圓柱體的重量相同；五個球體與六個正立方體的重量相同。



請問 5 個圓柱體的重量與多少個正立方體的重量相同？

【參考解法】

已知 3 個球體的重量與 2 個圓柱體的重量相同、又知 5 個球體的重量與 6 個正立方體的重量相同，因此 15 個球體的重量與 10 個圓柱體、15 個球體的重量與 18 個正立方體的重量相同，即 10 個圓柱體的重量與 18 個正立方體的重量相同，故可推知 5 個圓柱體的重量與 9 個正立方體的重量相同。

答案：9 個

8. 在電子遊戲中，吃掉第一個蘋果可得 1 分，吃掉第二個蘋果可得 2 分，吃掉第三個蘋果可得 3 分，依次類推，請問當它吃掉第十個蘋果時總共可得多少分？



【參考解法】

可知吃到第十個水果時共得 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=11 \times 5=55$ 分。

答案：55 分

9. 某年五月有 5 個星期日，4 個星期一，請問該年五月一日是星期幾？
(回答時請以 0 代表星期日、以 1 代表星期一、以 2 代表星期二、以 3 代表星期三、以 4 代表星期四、以 5 代表星期五、以 6 代表星期六)

【參考解法】

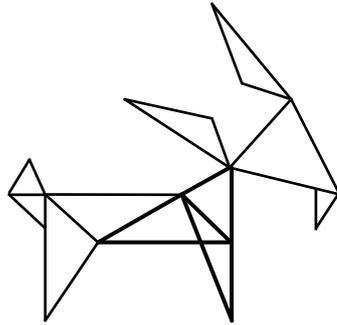
如下圖所示畫一個日曆表：

| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 日 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | ※ | ※ | × |
| × | × | × | × | × | × | × |
| × | × | × | × | × | × | × |
| × | × | × | × | × | × | × |
| × | × | × | × | × | × | × |

因為有 5 個星期日，4 個星期一，所以從第一個星期日到第五個星期日，共 29 天。而五月份共有 31 天，因此剩下的 2 天只可能在第一個星期日之前，而不可能在第五個星期日之後，也就是圖中標記※處。因此該年五月一日是星期五。

答案：5

10. 請問下圖中總共有多少個在不同位置的三角形？



【參考解法】

為了保證不遺漏且不重複，我們可以將三角形分類。

- (1) 三角形內只包含一個三角形的總共有 12 個。
- (2) 三角形是由兩個小三角形組合而成的總共有 2 個。
- (3) 三角形是由三個小三角形組合而成的總共有 2 個。

沒有三角形是由四個以上的小三角形組合而成的，故總共有 $12+2+2=16$ 個在不同位置的三角形。

答案：16 個

11. 某次聯誼活動共有 20 位學生，其中第一位女學生和 7 位男學生握過手；第二位女學生曾經和 8 位男學生握過手；第三位女學生和 9 位男學生握過手；以此類推，最後一位女學生和全體男學生都握過手。請問這 20 位學生中，有多少位男學生？

【參考解法】

第一位女學生和 $6+1$ 位男學生握過手；第二位女學生和 $6+2$ 位男學生握過手；第三位女學生和 $6+3$ 位男學生握過手；…。現不妨設有 n 位女學生，由此可推出，第 n 位女學生和 $6+n$ 位男學生握過手。此時不難看出：男學生比女學生多 6 位。根據和差問題解答規律可求出男學生的人數為 $(20+6) \div 2 = 13$ 位、女學生的人數為 $(20-6) \div 2 = 7$ 位。

答案：13 位男學生

12. 學校有六個不同的課外活動社團，小明打算從中選擇三個社團參加，但是其中有兩個社團活動時間相同，他至多只能挑選其一，請問他共有多少種不同的選擇參加社團的方式？

【參考解法 1】

將這六個社團標記為 A、B、C、D、E、F，其中 E 與 F 為活動時間相同的兩個社團，則由枚舉法知 小明 選擇的三個社團可為：

A、B、C；A、B、D；A、B、E；A、B、F；A、C、D；A、C、E；A、C、F；A、D、E；A、D、F；B、C、D；B、C、E；B、C、F；B、D、E；B、D、F；C、D、E；C、D、F。故共有 16 種不同的選擇。

【參考解法 2】

若 小明 都沒參加活動時間相同的兩個社團，即為從其餘四個社團中選擇三個社團參加，可知共有 4 種參加的方式；若 小明 有參加活動時間相同的兩個社團中

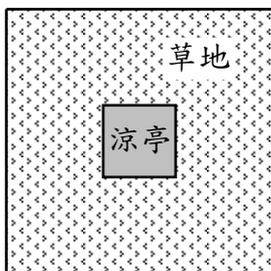
的一個，這有 2 種可能，且再從其餘四個社團中選擇二個社團參加，這有 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ 種參加的方式，故知共有 $6 \times 2 = 12$ 種參加的方式。因此合計共有 $4 + 12 = 16$ 種不同的選擇。

【參考解法 3】

先不考慮有兩個社團活動時間相同的情況下，小明從六個社團中選擇三個社團參加，共有 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ 種參加的方式。但實際上不可能同時參加活動時間相同的兩個社團，而同時選擇參加活動時間相同的兩個社團及其餘四個社團中的一個社團共有 4 種參加的方式，故可推知實際上共有 $20 - 4 = 16$ 種不同的選擇。

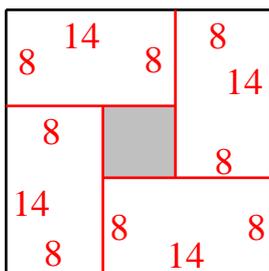
答案：16 種

13. 正方形公園的正中央有一座正方形的涼亭，涼亭的邊緣與公園外圍最近的距離為 8 m，如圖所示。已知公園除了涼亭外的區域之面積為 448 m^2 ，請問涼亭的面積是多少 m^2 ？



【參考解法】

如圖所示，延伸中央正方形的邊長，此時可將公園劃分為四個面積相等的長方形。由涼亭的邊緣與公園外圍最近的距離為 8 m 可知這些長方形的寬為 8 m；而由草地面積為 448 m^2 可知每個小長方形的面積為 $448 \div 4 = 112 \text{ m}^2$ ，因此小長方形的長為 $112 \div 8 = 14 \text{ m}$ ，此時即可求出涼亭的面積為 $(14 - 8)^2 = 6^2 = 36 \text{ m}^2$ 。



答案：36 m^2

14. 從三組數碼 $\{1, 4, 7\}$ 、 $\{2, 5, 8\}$ 、 $\{3, 6, 9\}$ 中各選取一個數碼以任意的順序組成一一個三位數，請問所組成的三位數中有多少個數可以被 6 整除？

【參考解法】

通過觀察發現：第一組數全是被 3 除之後餘 1，第二組數全是被 3 除之後餘 2，第三組數全是被 3 除之後餘 0。因此按題意每組各取一個數碼組成的三位數之數碼和被 3 除之後恰餘 0，即取出的這三個數碼無論如何排列所組成的三位數都能被 3 整除。故只需再找出組成的三位數能被 2 整除即可，即個位上的數必為偶數。

【方法 1】

利用枚舉法，找出能被 2 整除的所有數：

132、312、126、216、162、612、192、912、156、516、138、318、186、816、168、618、198、918、432、342、234、324、426、246、462、642、264、624、924、294、942、492、354、534、456、546、654、564、954、594、384、834、348、438、468、648、486、846、684、864、498、948、894、984、732、372、726、276、762、672、792、972、756、576、738、378、786、876、768、678、978、798，總共能組成 72 個可被 6 整除的三位數。

【方法 2】

可知組成的三位數之個位數為第一組數時，只有 4 這一個選擇，而十位數為第二組數、百位數為第三組數共有 3×3 個選擇，此時因十位數與百位數可交換而得另一個三位數，故合計共有 $1 \times (3 \times 3) \times 2 = 18$ 個三位數；

而組成的三位數之個位數為第二組數時，有 2 與 8 這二個選擇，而十位數為第一組數、百位數為第三組數共有 3×3 個選擇，此時因十位數與百位數可交換而得另一個三位數，故合計共有 $2 \times (3 \times 3) \times 2 = 36$ 個三位數；

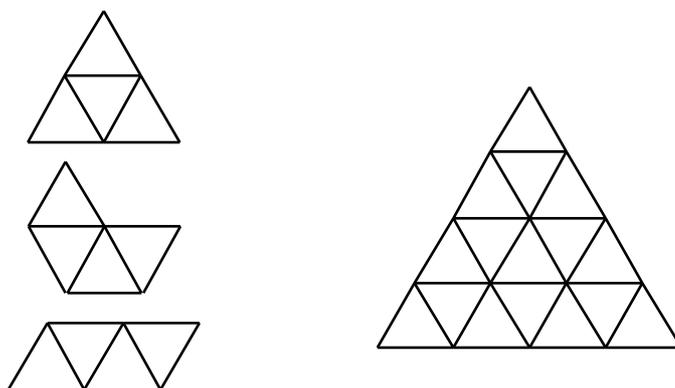
而組成的三位數之個位數為第三組數時，只有 6 這一個選擇，而十位數為第二組數、百位數為第一組數共有 3×3 個選擇，此時因十位數與百位數可交換而得另一個三位數，故合計共有 $1 \times (3 \times 3) \times 2 = 18$ 個三位數。

故總共能組成 $18 + 36 + 18 = 72$ 個可被 6 整除的三位數。

答案：72 個

【評分標準】

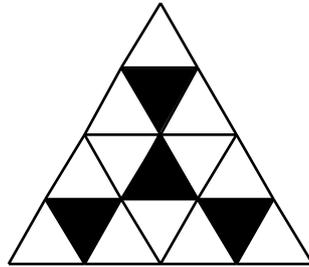
- 證明取出的這三個數碼無論如何排列所組成的三位數都能被 3 整除，5 分。
 - 說明只需再找出組成的三位數個位上的數必為偶數，5 分。
 - 用方法 1 列出 72 個的正確三位數，10 分；答案錯誤，0 分。用方法 2 算出個位數為第一、二、三組數時組成的三位數正確，各 3 分；最後所求答案正確，再加 1 分。
15. 將一個大正三角形的每條邊用 3 個點將它 4 等分，然後以平行於三角形各邊的直線將這些點相連接，把大正三角形分割為 16 個小正三角形，如下右圖所示。一片四正三角形塊為將 4 個小正三角形以邊對邊連接在一起的區塊，共有三種不同的四正三角形塊，如下左圖所示。



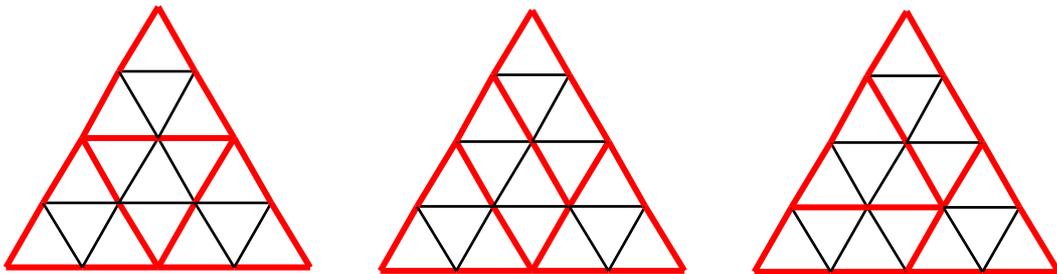
- (1) 請證明有可能將 4 個小正三角形塗色，使得無法在此大正三角形內放置任何一片四正三角形塊而不蓋到任何塗色的小正三角形。(4 分)
- (2) 請證明無論如何將 3 個小正三角形塗色，都一定可以在此大正三角形內放置一片四正三角形塊而不蓋到任何塗色的小正三角形。(16 分)

【參考解法】

- (1) 將如圖所示的四個小正三角形塗黑，則無法在此大正三角形內放置任何一片四正三角形塊而不蓋住任何塗色的小正三角形。



- (2) 可利用下圖中任意一種方式將大三角形劃分成 4 塊區域，由於只塗黑 3 個三角形，所以一定有一個區域裡的三角形都沒被塗黑，而這個區域裡的 4 個三角形便是一個四正三角形塊。



【評分標準】

(1) 小題：給出正確塗色方法，4 分

(2) 小題：

- 將大三角形劃分成 4 塊區域，8 分。
- 說明一定有一個區域裡的三角形都沒被塗黑，4 分。
- 說明這個區域裡的 4 個三角形便是一個四正三角形塊，所以無論如何將 3 個小正三角形塗色，都一定可以在此大正三角形內放置一片四正三角形塊而不蓋到任何塗色的小正三角形，4 分。