注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

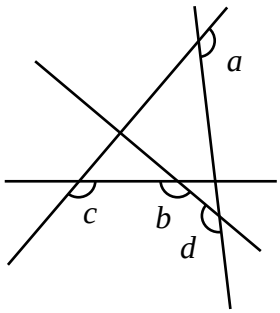
Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 1999

1999 青少年數學國際城市邀請賽個人競賽試題

第一部份：填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 設有一數 a=122333444455555666666777777788888888999999999，則 a 除以 9 之餘數為_____。

2. 如圖，則 $a+b+c+d$=_____。



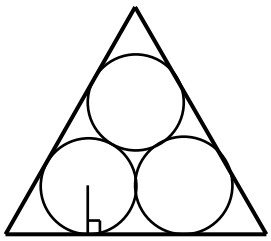
3. 在 1^2、2^2、…、1999^2 這些數中十位數的數字為奇數的數共有_____。

4. 有一幢建築物高 60 公尺，其在白天某一時刻的影子長為 40 公尺；此建築物的頂樓插一旗桿，此旗桿長為 2 公尺。今在同一時間時，則旗桿的影子長為_____公尺。

5. 計算 $1999^2-1998^2+1997^2-1996^2+\cdots+3^2-2^2+1^2$=_____。

6. 如果一個四位數中正好有兩個數字是相同的數，稱為「好數」；例如：3445、3231 是好數，但 3443、3233 不是好數，則所有四位數中千位數字是 3 的好數有_____個。

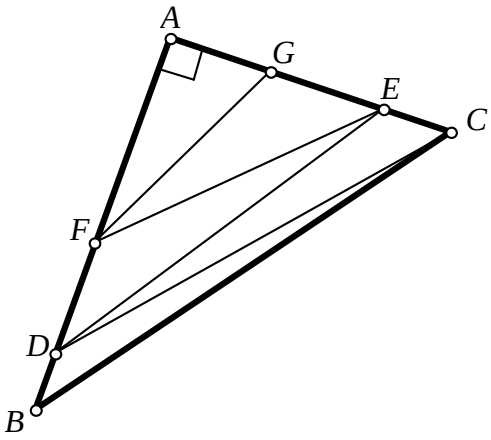
7. 如圖，已知正三角形的邊長為 1，若有三個等圓彼此相切且與此三角形的邊相切如圖所示，則圓的半徑為_____。



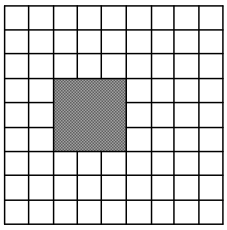
8. 設 A、B、C 表三個正整數，若 A 的平方加 160 等於 B 的平方加 5，且 A 的平方加 320 等於 C 的平方加 5，則 A=_____。

9. 設 x 表一個二位數，且 $f(x)$ 表 x 加上其數字和再減去其數字積，例如：當 x=32，則 $f(x)$=32+3+2－6=31。當 x 為_____時，$f(x)$ 的值為最大。

10. 如圖，在直角三角形 ABC 中，$\overline{AB}$ 長為 15，$\overline{AC}$ 長為 8，E、G 在 $\overline{AC}$，D、F 在 $\overline{AB}$ 上，若 $\overline{CD}$、$\overline{DE}$、$\overline{EF}$、$\overline{FG}$ 將直角三角形 ABC 分成五個面積相等的部分且 $\overline{CD}$、$\overline{DE}$、$\overline{EF}$、$\overline{FG}$ 的長度只有一個是整數，則此整數為_____。



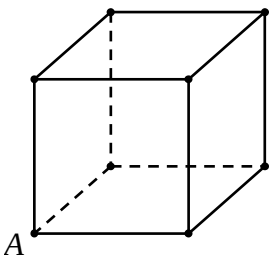
11. 如圖所示，則由格線所圍成的的正方形共有_____個。



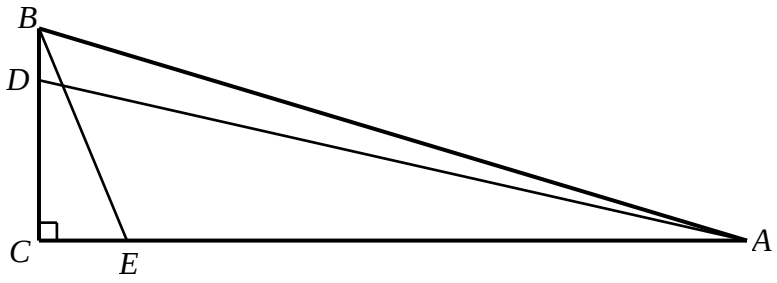
12. 設有 A、B 兩個委員會，其中 A 委員會有 13 名委員，B 委員會有 6 名委員。假如在本年度召開的會議期間。若每位委員出席會議的日數在 30 天以內(含 30 天)，則每天支領 6000 元的車馬費。若會議超過 30 天，以後的每一天支領 9000 元的車馬費。已知 B 委員會開會的日數是 A 委員會開會的日數的兩倍，在本年度會議兩委員會所支出的車馬費都相同，且這兩委員會車馬費的總開支超過 3000000 元，則這兩委員會實際支領車馬費總共是_____元。

第二部份： 計算及證明題，請在題目下面空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 有一由鐵絲圍成且邊長為 1 的正立方體如圖所示，今有一隻螞蟻從點 A 出發，沿著此正立方體的邊（鐵線）走但不能走重複的路線，若它要走回原來的 A 點，試問這隻螞蟻所走的路徑最長為多少？（並說明理由）



2. 如圖，已知 $\overline{AC}=8\overline{CE}$ ， $\overline{BC}=4\overline{BD}$ 。若 $\overline{AD}=164$ 且 $\overline{BE}=52$ ，試求 $\overline{AB}$ 。



3. 將一個六位數分別乘以 2、3、4、5、6 後得到的數還是由原來的六位數的數字所組成，只是改變了原來數字排列的位置，試求原來的數為多少？