注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 2000

2000 青少年數學國際城市邀請賽隊際競賽試題

1. E 點為正方形 $ABCD$ 的 $\overline{BC}$ 邊中點、H 點在 $\overline{EA}$ 上使得 $\overline{BE}=\overline{EH}$ 、而 X 點在 $\overline{AB}$ 上使得 $\overline{AH}=\overline{AX}$ 。試證：

$$\overline{AB}\times\overline{BX}=\overline{AX}^2 \text{ 。}$$

2. 將非負整數填入 5×5 的方格表中，其中四個空格已分別填入四個正整數(如圖所示)，試將其餘 21 個空格的每個空格分別填入一個正整數，使得大正方形的每一行及每一列上的數字和都相等。

	82			
				79
		103		
0				

3. 對於 $n\geq 1$，定義 $a_n=1000+n^2$。請求出 a_n 與 a_{n+1} 的最大公因數之最大值。

4. 某校國一有 A、B、C、D、E 五個班級，這五個班級的導師分別為 a(A 班)、b(B 班)、c(C 班)、d(D 班)與 e(E 班)。某次段考後，這五位導師預先猜測各班成績總平均的順序排列如下表：

名次 / 導師	第一名	第二名	第三名	第四名	第五名
a	A	B	C	D	E
b	E	D	A	B	C
c	E	B	C	D	A
d	C	E	D	A	B
e	E	B	C	A	D

成績公佈後，這五班級的成績總平均都不相同，結果發現到只有兩位導師恰好各猜中二個班級的名次，其餘三位導師全部猜錯這五個班級的名次，試問這五個班級成績總平均正確的名次是什麼？

5. 試求滿足 $\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right)=2$ 的所有的正整數 a、b、c，其中 $a\leq b\leq c$。

6. 給邊長為 4 公分的正方形及三角形紙片各 50 個，試利用這些紙片為凸多面體的面來構造一些盡可能多的凸多面體(不限正多面體)。如果所構造出的凸多面體之頂點數、邊數、正方形面數與三角形面數都相等的凸多面體視為重複。