注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

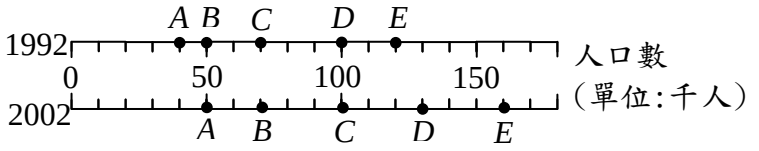
Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 2002

2002 青少年數學國際城市邀請賽個人競賽試題

第一部份： 填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 如下圖表所示，在每條橫線上，A、B、C、D、E 分別代表所述年份之五個城市的人口數目。試問從 1992 年至 2002 年，哪一個城市的人口的成長率最大？

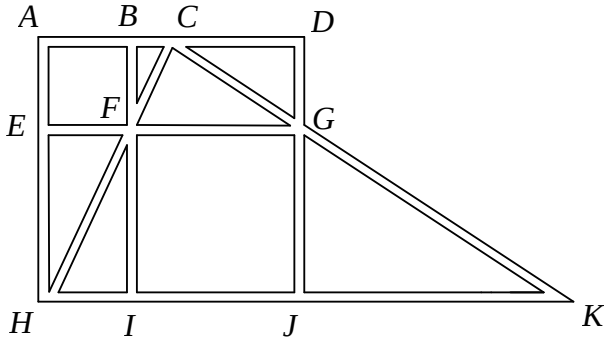


2. 已知 $x=\dfrac{\sqrt{(a+2b)}+\sqrt{(a-2b)}}{\sqrt{(a+2b)}-\sqrt{(a-2b)}}$。試求 bx^2-ax+b 的數值。

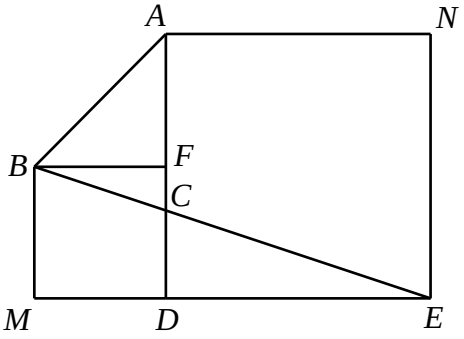
3. 已知 x，要計算 x^8 的值必須經以下三個算術運算步驟：$x^2=x\cdot x$、$x^4=x^2\cdot x^2$ 及 $x^8=x^4\cdot x^4$。當要計算 x^{15} 的值時，須作以下的五個算術運算步驟：前三個運算如上所述；接著作 $x^{16}=x^8\cdot x^8$ 和 $x^{15}=x^{16}\div x$.試問：要計算 x^{1000} 的值時，至少要作多少次算術運算步驟(乘法及除法)？

4. 設 $P(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$，其中 a、b、c、d 為常數。如果 $P(1)=10$、$P(2)=20$、$P(3)=30$，試求 $P(10)+P(-6)$的數值？

5. 下圖為某個城市的街道平面圖。警察站崗的位置可看見整條直線街道的情況， 請安排三個警察站崗的位置，使得任意一條街道均至少可被一位警察監看到。請寫出對應的三個英文字母，分別代表三位警察站崗的位置。



6. 如下圖所示，$BMDF$ 及 $ADEN$ 是兩個大小不同的正方形。如果三角形 CDE 的面積是 6。試求三角形 ABC 的面積。



7. 有一個十八位數 $\overline{A3640548981270644B}$，它能被 99 整除。試問滿足上述條件的數對 (A, B) 有多少組？

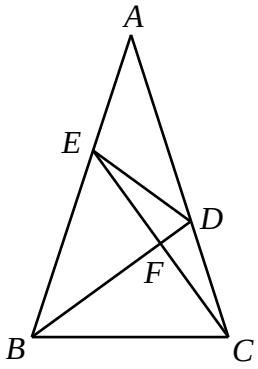
8. 10 個人排成一排站立在一直線上，第一人走到隊伍的最末端， 第二人坐下來，第三人走到隊伍的最末端，第四人坐下來，……，依此方式繼續下去，坐下來的人不再起來走動。重複這程序直到最後只有一個人站立為止。試問最後站立的人原來的位置排在第幾位？

9. 在三角形 ABC 中，分別作三個內角的內角平分線 $\overline{AA_1}$、$\overline{BB_1}$、$\overline{CC_1}$，其中 A_1、B_1、C_1 分別在 $\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{AB}$ 邊上。如果 $\angle ABC=120°$。試求 $\angle A_1B_1C_1$ 的值。

10. x、y、z、k 為實數，若 $\dfrac{x+y}{z}=\dfrac{y+z}{x}=\dfrac{z+x}{y}=k$。試問滿足上述條件的 k 值有多少個？

11. 設點 L 為正方形 $ABCD$ 的對角線 $\overline{AC}$ 上的一點，$\overline{AL}=3\overline{LC}$。 點 K 為 $\overline{AB}$ 的中點。 試求 $\angle KLD$。

12. 如圖，在三角形 ABC 中，$\angle A=36°$、$\angle ACB=72°$、$\angle B$ 的角平分線交 $\overline{AC}$ 於點 D，由 C 點作 $\overline{BD}$ 的垂線交 $\overline{BD}$ 於點 F，交 $\overline{AB}$ 於 E。試問這個圖中有多少個等腰三角形？



第二部份： 計算及證明題，請在題目下面空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 有兩個相異的二位數，其個位數相同，但是十位數字不同。其中一個數除以 9 所得的商數等於另一個數除以 9 所得的餘數，反之亦然。試問這二個數的相同的個位數字是多少？

2. 已知：

$$(x+y)(x+z)=15$$
$$(y+z)(y+x)=18$$
$$(z+x)(z+y)=30$$

試求 x、y、z 之值。

3. 如下圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}$ 為 $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 邊於點 D、M 是 $\overline{BC}$ 邊上的中點，並且 $\overline{AD}\,//\,\overline{ME}$。試證：$\overline{BE}=\overline{CF}=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})$。

