注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 2002

2002 青少年數學國際城市邀請賽隊際競賽試題

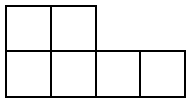
1. m、n、p 為實數，若 $a=x^{m+n}\cdot y^{p}$ 、$b=x^{n+p}\cdot y^{m}$ 且 $c=x^{p+m}\cdot y^{n}$ 。試求 $a^{m-n}\cdot b^{n-p}\cdot c^{p-m}$ 之值。

2. 已知 $f(x)=\dfrac{bx+1}{2x+a}$，其中 a、b 為常數，且 $ab\neq 2$。

   (a) 若 $f(x)\cdot f(\dfrac{1}{x})=k$，試求 k 的數值。

   (b) 承(a) 中 k 值，若 $f(f(x))=\dfrac{k}{2}$，試求 a 和 b 的數值。

3. 下圖是一片"六方塊"，它由 6 個單位正方形構成。



   試問是否可以用奇數片這個形狀的"六方塊"拼成一個矩形?請說明你的結論。

4. 若 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{14}$，試求 x、y 的整數解(包括正整數及負整數)。

5. 欲將 137 個金幣分給兄弟四人，哥哥分得的金幣都是弟弟的整數倍，並且兄弟四人所分得的金幣個數都不相同。試問這四位兄弟分得的金幣各為多少個?

6. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{BC}$，點 D 為線段 $\overline{AC}$ 上的一點，三角形 ABD 的內切圓半徑等於三角形 CBD 在點 B 的對邊上的外切圓半徑。若從 C 點到 $\overline{AB}$ 所作垂線之長為 h。試證這二個圓的半徑都等於 $\dfrac{h}{4}$。

7. 圓 A、圓 B 與圓 C 互相兩兩外切，其半徑分別為 a、b、c，且圓 C 也同時與圓 A、圓 B 的公切線相切。

   試證：$\dfrac{1}{\sqrt{c}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{b}}$。

8. 編號 R 的飛行器的飛行目的是回到基地的中心。這些飛行器都必須依照下列的規則飛行：

   1. 任何編號的飛行器都可以朝任何水平或鉛直方向飛行。

   2. 只允許在前方有其它的飛行器阻擋的情況下，飛行至這個阻擋的飛行器前方的空格內，停下或轉彎繼續依規則飛行。同一飛行器的連續飛行只算一次飛行。

   3. 基地的邊界並不是阻檔物，不允許違規飛行。

   例子：

			A			
B			∗			
R	C			D		

   解答： C-D-A-B，R-D-A。

請用最少的飛行次數達成下列 8 種狀況的飛行。

狀況一：

A						B
			C			R
D						E

答案：＿＿＿＿＿＿

狀況二：

			A			B
C			＊		R	
			D			E

答案：＿＿＿＿＿＿

狀況三：

A		B				C
			＊			
R	D					E

答案：＿＿＿＿＿＿

狀況四：

A		B				C
			＊			
	R	D				E

答案：＿＿＿＿＿＿

狀況五：

	A			B		C
D			＊			
		R				E

答案：＿＿＿＿＿＿

狀況六：

A				B		C
			＊			
		R	D			E

答案：＿＿＿＿＿＿

狀況七：

	A				B	
			＊			C
	D		R			E

答案：＿＿＿＿＿＿

狀況八：

A						B
C			＊			
R	D					E

答案：＿＿＿＿＿＿