注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

「2004 年青少年數學國際城市邀請賽」參賽代表遴選決選試題

編號:_____校名:_____ 國中　姓名:_____

第一部分：填充題，每格 5 分，共 60 分 (作答時間: 二 小 時)

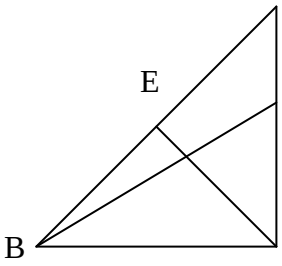
1. 93^{2004}的最後 2 位數是多少？_____。

2. 已知一正方形與一正三角形的周長相等，且該正三角形面積為$\sqrt{3}$，

   則該正方形面積=_____。

3. 已知 $1^2=1$，$2^2=4$，$3^2=9$，$4^2=16$，$5^2=25$，……，將 1～1000 的平方數依序寫在一起成為一個很大的數 1491625…，請問這個數共有幾位？_____。

4. 對於一個整數，如果由左至右和由右至左讀起來都相同（例如：13431），則我們稱這個數為「迴文數」，試問 100 和 2004 之間有多少個迴文數？_____。

5. 

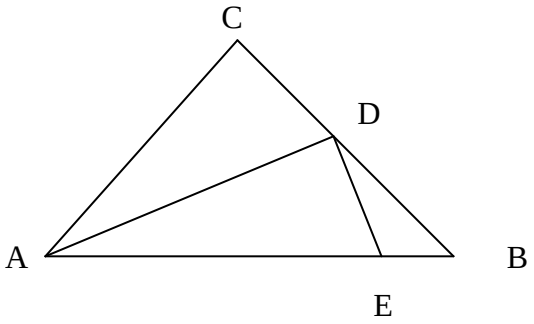
如圖，在△ABC 中，D、E 分別為$\overline{AC}$，$\overline{AB}$上的中點，且$\overline{BD}\perp\overline{CE}$，$\overline{BD}=12$，$\overline{CE}=8$，則△ABC 的面積為_____

6. 設 a 為正數，已知一元二次方程式 $x^2+(2a+1)x+2(a+\frac{5}{8})=0$ 只有一個實根，那麼 $a^{16}+329a^{-4}$ 的值為 _____。

7. 四個數 $2^{\frac{1}{222}}$，$3^{\frac{1}{333}}$，$4^{\frac{1}{444}}$，$5^{\frac{1}{555}}$ 中最大的數為 _____

8. 已知 a，b，c 為△ABC 的三邊長，若 $b+c=8$，$bc=a^2-12a+52$，則 a 的值為_____

9.



如圖，直角△ABC 中，∠C＝90°，$\overline{AC}=\overline{BC}=6$，D 為 $\overline{BC}$ 的中點，過 D 點作 $\overline{DE}\perp\overline{AD}$ 交 $\overline{AB}$ 於 E 點，則 $\overline{DE}=$ _____，△BDE 的面積= _____

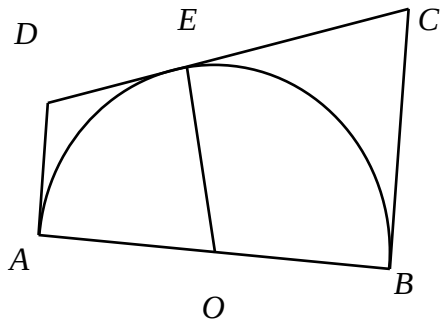
10. 設 a，b 為正整數，如果 a＋b，a－b，ab 及 $\frac{a}{b}$ 的和是一個整數的完全平方數，我們稱這二個數（a，b）是「好數組」，例如（4，1）就是好數組，那麼，滿足這樣條件的好數組（a，b），其中 1≦a≦100，1≦b≦100，共有_____組。

11. 一個 77×81×100 的長方體被切割為許多邊長為 1 的正立方體，正立方體的每個面都與原長方體對應的面平行，則長方體內部的一條對角線共穿透多少個立方塊？_____

第二部分：計算證明，每題 20 分, 共 60 分

(注意：在答案卷上請依題號作答，須詳列過程及說明理由)

1. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\angle ABC=90°$，以 $\overline{AB}$ 為直徑的半圓 O 切 $\overline{CD}$ 於點 E，若此梯形面積為 10 平方公分，且周長為 14 公分，那麼此半圓 O 的半徑為多少公分？



2. 有一個自然數 n，它的各位數字和是 13 的倍數；並且 n＋1 各位數字和也是 13 的倍數，請問滿足上述條件的最小 n 值為多少？

3. 將分數 $\frac{1}{97}$ 化成小數時，發現它是一個循環節正好是 96 位的小數，即小數點後，自第 97 位數字以後會出現與小數點第 1 位至第 96 位數字一樣，依此類推，如果這個循環小數的小數點後第 94 位、第 95 位、第 96 位數字分別是 a、b、c，試求 a，b，c 的值。