注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Competition 2008
(IMC 2008)

World Youth Mathematics Intercity Competition

個人賽試題

答題指引:

- 請填寫您的姓名、編號及隊名。
- 試題包括填充題 12 題與計算證明題 3 題,填充題只須在空格內填寫答案，不須計算過程，若題目有不只一個答案，則全部答對才給分，每題 5 分；計算證明題必須詳細填寫計算過程或證明，每題 20 分，根據答題情況給與部份分數。
- 答題時間：120 分鐘。
- 不得使用任何計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆做答。
- 所有紙張在考試結束時要全部收回。

Traditional Chinese Version

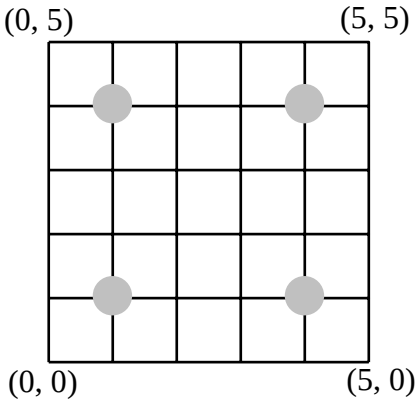
青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題　答題時間：120 分鐘　2008/10/28 泰國清邁

*隊名：*_____ *姓名：*_____ *編號：*_____ *得分：*_____

第一部份：填空題，請將答案填寫在空格內，不須列出演算過程，共十二題，每題 5 分。

1. 如圖是 5×5 的網格。一隻螞蟻在網格左下角(0, 0)位置，每次能向上走一格或者向右走一格，要到達右上角(5, 5)位置，且不能經過點(1, 1), (1, 4), (4, 1)和(4, 4)，請問共有多少種不同的走法？



答案：_____

2. 若 $a-2$ 是正整數且是 $3a^2-2a+10$ 的約數，請問 a 的所有可能值之總和是多少？

答案：_____

3. 已知實數 a、b、c 滿足 $a+b+c=11$ 與 $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{13}{17}$，請問 $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$ 的值是多少？

答案：_____

4. 已知 x 為實數，請問 $\sqrt{2008-x}+\sqrt{x-2000}$ 的最大值是多少？

答案：_____

5. 一個十位數，其數碼只能是 2 或 3，且沒有兩個 3 是相鄰的。請問這樣的十位數共有多少個？

答案：_____

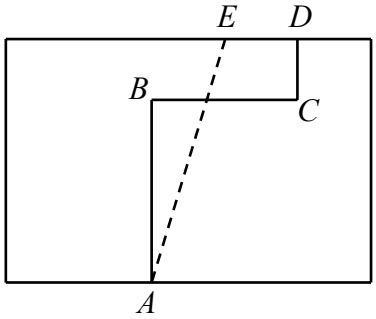
6. 圓周上有和為 94 的 n 個（$n>3$）整數，每個數都等於它後面（按順時針方向）的兩個數的差的絕對值。請問 n 的可能值是什麼？

答案：_____

7. 已知 M 是一個四位的完全平方數。若將 M 的千位數減少 3 而個位數增加 3 可以得到另一個四位的完全平方數。請問 M 的值是多少？

答案：_____

8. 如圖，折線 A-B-C-D 的每一條線段都平行於矩形的邊，它把矩形分成面積相等的兩部分。點 E 在矩形的邊上，使得線段 AE 也平分矩形的面積，已知線段 AB=30，BC=24，CD=10，則 DE 之長度是多少？

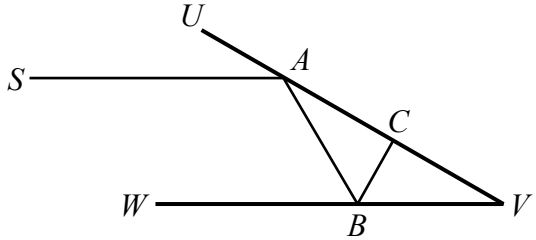


答案：_____

9. 已知函數 $f(x)=ax^2-c$，其中 a, c 為實數。若 $-4\le f(1)\le -1$ 且 $-1\le f(2)\le 2$，則 $f(8)$ 的最大值是多少？

答案：_____

10. 兩塊平面鏡相交成 30°放置，交點為 V。一束水平的光從光源 S 發出，平行於其中一面鏡子 VW，在另一面鏡子 UV 上的 A 點處反射，又在鏡子 VW 上的 B 點處反射，然後在鏡子 UV 上的 C 點處反射，經過若干次反射後，光束又返回到 S。若 SA=AV=1，則光束經過的總路程之長度是多少？

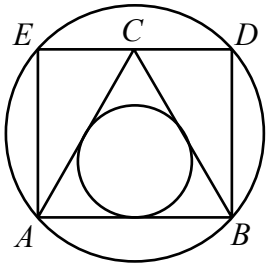


答案：_____

11. 請問使得n^2-n+11有四個質因數(不必互異)的正整數n的最小值是多少？

答案：_____

12. 如圖所示，△*ABC* 是正三角形，點 *C* 在矩形 *ABDE* 的 *DE* 邊上。已知△*ABC* 的內切圓半徑是 1，請問矩形 *ABDE* 的外接圓直徑是多少？



答案：_____

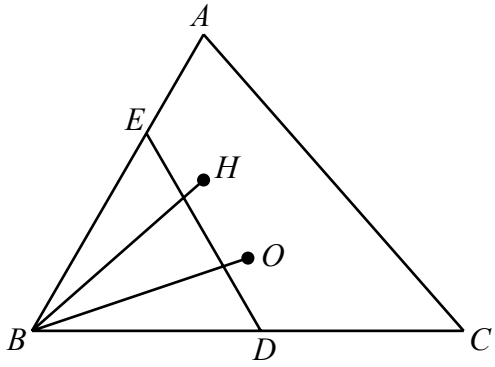
第二部份：計算及證明題，必須寫下計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 請問算式$\left[\sqrt{2008+\sqrt{2008+\sqrt{2008+...+\sqrt{2008}}}}\right]$之值（這裏的 2008 共出現了 2008 次）是多少？（$[x]$表示不超過x的最大整數。）

答案：_____

2. 在△*ABC* 中，∠*ABC*=60°，點 *O*、*H* 分別是△*ABC* 的外心、垂心。點 *D* 在邊 *BC* 上，使得 *BD*=*BH*；點 *E* 在邊 *AB* 上，使得 *BE*=*BO*。已知 *BO*=1，請問△*BDE* 的面積是多少？

（註：三角形的外心是三角形外接圓的圓心；垂心是三高的交點。）



答案：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

3. 已知 t 為正整數，若 2^t 可以表示成 $a^b \pm 1$(其中 a、b 是大於 1 的整數)，請找出滿足上述條件所有可能的 t 值。

答案：_____