注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Competition 2008
(IMC 2008)

World Youth Mathematics Intercity Competition

隊際賽試題

答題指引:

- 請填寫您的隊名。
- 隊際賽試題依照由易至難的順序安排，四名隊員可先利用 10 分鐘討論前 8 題及分配題目，每位學生至少要分得一題。然後分開各自作答，不可再交換題目或討論，答題時間 35 分鐘。四名隊員可一起利用 15 分鐘討論最後 2 題並合作解題。每題 40 分，第 1、4、5、6、9、10 題必須詳細填寫計算過程或證明，斟酌答題情況給部份分數；其他各題只需填寫答案。
- 答題時間：60 分鐘
- 不得使用任何計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆做答。
- 所有紙張在考試結束時要全部收回。

Traditional Chinese Version

International Mathematics Competition 2008
(IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

1. 若最簡分數$\frac{p}{q}$寫成小數形式為 0.*abababab*…. (這裏非負整數 a、b 可以相等，但至少有一個非零)。請問符合條件的分數中，不同的分子有多少個？

答案：_____

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

2. 在下圖 8×8 方格表的 64 個小方格已填有一些數，請刪去一些方格內的數，使得同一行或同一列上未刪去的格子內均無相同的數。任兩個有共同邊的小方格不可以同時刪除，刪除的小方格要越少越好。

6	4	5	7	7	3	3	5
4	8	4	3	6	7	5	1
3	1	5	7	7	7	6	2
7	5	5	8	8	4	2	3
4	5	6	5	8	1	7	3
3	3	3	6	1	8	8	3
1	7	3	2	3	6	4	8
1	6	2	2	4	5	8	7

答案：

6	4	5	7	7	3	3	5
4	8	4	3	6	7	5	1
3	1	5	7	7	7	6	2
7	5	5	8	8	4	2	3
4	5	6	5	8	1	7	3
3	3	3	6	1	8	8	3
1	7	3	2	3	6	4	8
1	6	2	2	4	5	8	7

International Mathematics Competition 2008
(IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

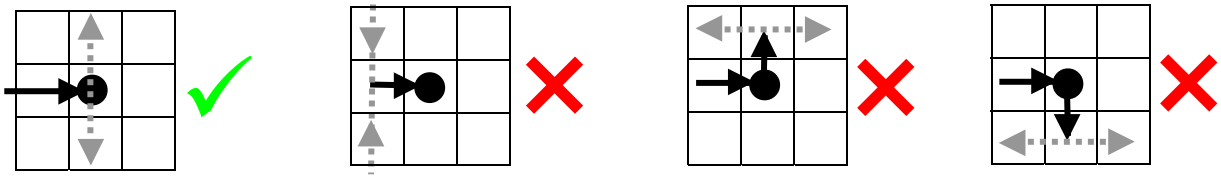
隊名：_____ *得分*：_____

3. 在下圖 8×8 的方格表中，繪出一條閉合的折線，使得

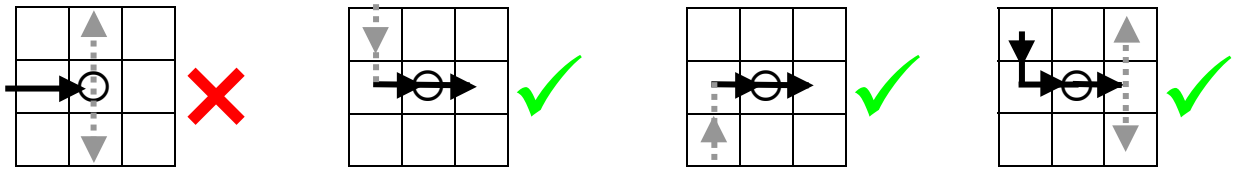
(a) 此折線僅與小方格的邊平行或垂直，且不與自身相交；

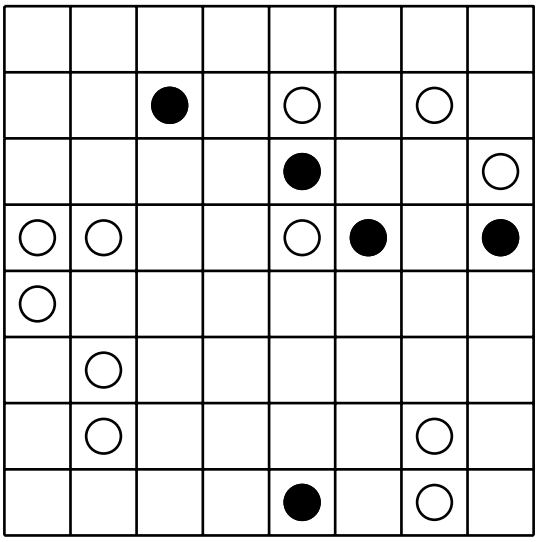
(b) 此折線經過每個小方格至多一次，且必須經過所有標記有小圈的小方格，但不一定要經過沒標記的小方格；

(c) 此折線在每一個有黑圈的小方格處必須轉一個直角彎，但在黑圈之前與之後的一個小方格處不可以轉彎；

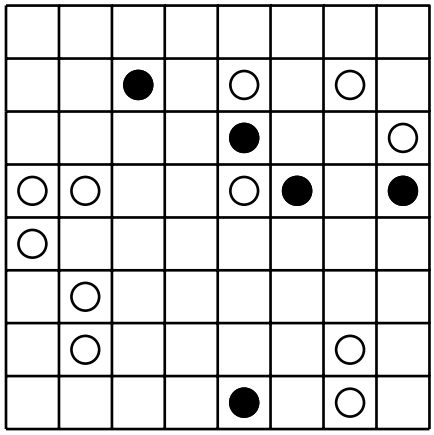


(d) 此折線在經過有白圈的小方格之前或之後(或兩者)的一個小方格處，都必須轉一個直角彎，但在有白圈的小方格處都不可以轉彎。





答案：_____



青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

4. 當且僅當 $a_1 \le a_2$、$b_1 \le b_2$、$c_1 \le c_2$ 時，長×寬×高為 $a_1 \times b_1 \times c_1$ 的長方體箱子可以套入長×寬×高為 $a_2 \times b_2 \times c_2$ 的長方體箱子內。請問在長×寬×高為 $a \times b \times c$（其中 a、b、c 為整數且 $1 \le a \le b \le c \le 5$）的長方體箱子中，最多可以挑選出幾個箱子，使得沒有一個箱子能夠套入其它某個箱子內？

答案：_____

International Mathematics Competition 2008
(IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

5. 黑板上原本寫有 0, 1 與 4 三個數，針對黑板上的數進行操作：每次操作都可以從黑板上任意挑選兩個數，然後在黑板上添加一個新數 $c=ab+a+b$。經過若干次操作後，請問黑板上出現不小於 2008 之最小的數是什麼？

答案：_____

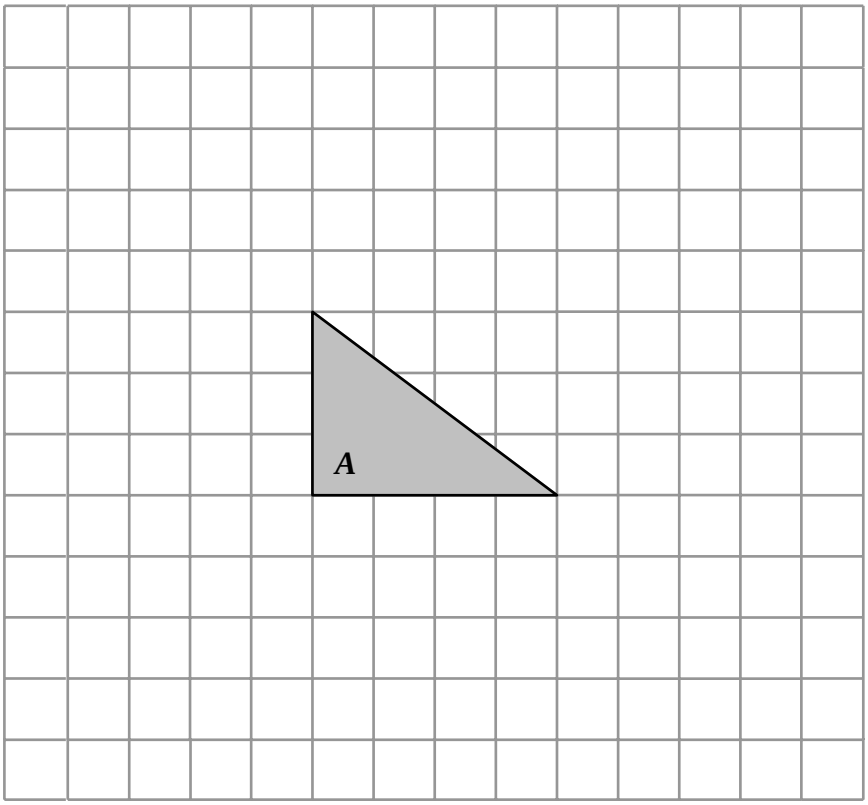
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

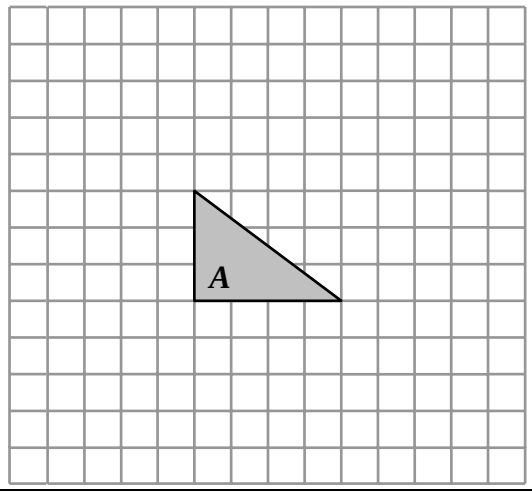
2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

6. 如圖，在正方形網格中畫有一個不等腰的直角三角形 A。若再貼上一個三角形 B，使所得的圖形是等腰三角形，但要求三角形 B 與三角形 A 除了有一條公共邊重合外，沒有其它的公共點。請問符合條件的三角形 B 有多少個？並請在圖上標出三角形 B 的第三個頂點之位置。



答案：



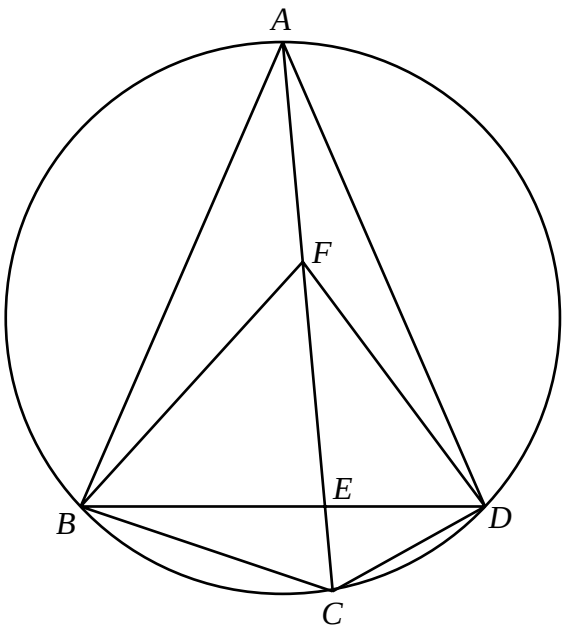
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

7. 如圖，四邊形 $ABCD$ 內接於圓，$AB=AD$ 且其對角線交於點 E，點 F 在線段 AC 上使得 $\angle BFC=\angle BAD$。若 $\angle BAD=2\angle DFC$，請問 $\dfrac{BE}{DE}$ 之值是什麼？



答案：_____

International Mathematics Competition 2008
(IMC 2008)

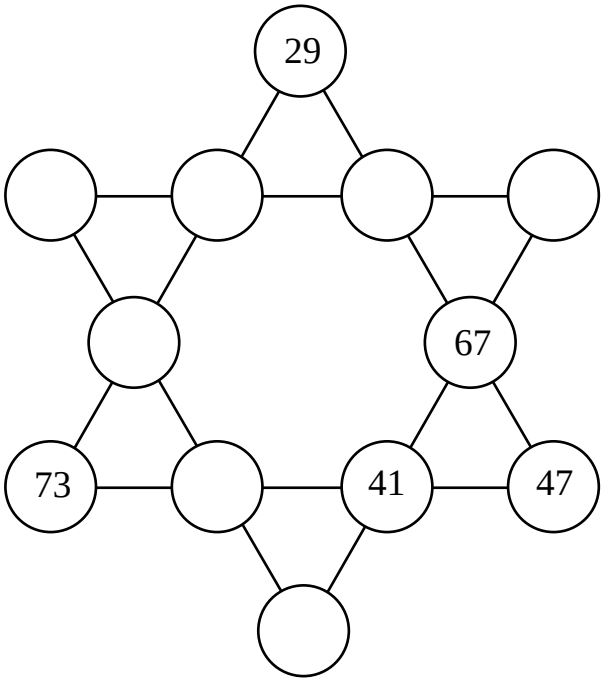
青少年數學國際城市邀請賽

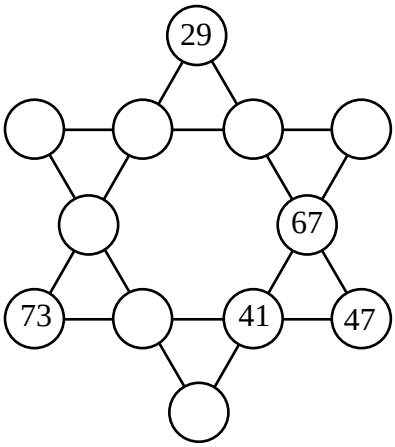
隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

8. 魔法六角星的每條直線邊上的四個數字之和都相等。下圖的魔法六角星中的 12 個數都是質數，其中所給出的 5 個數中包含了其中的最大數和最小數。請完成此魔法六角星。





答案：_____

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

9. 在九枚外觀均相同的金幣中，其中有一枚的重量為 a，有七枚的重量為 b，最後一枚的重量為 c，且 $a<b<c$。用沒有刻度的兩臂天平，請給出秤四次即可判定 $a+c<2b$、$a+c=2b$ 或 $a+c>2b$ 的方案。

答案：_____

International Mathematics Competition 2008
(IMC 2008)

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2008/10/28 泰國清邁

隊名：_____ *得分*：_____

10. 已知 n 為正整數，使得 $1+n+\frac{n(n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=2^k$，其中 k 是正整數。請問所有可能的 n 值之總和是多少？

答案：_____