注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2007 Changchun Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

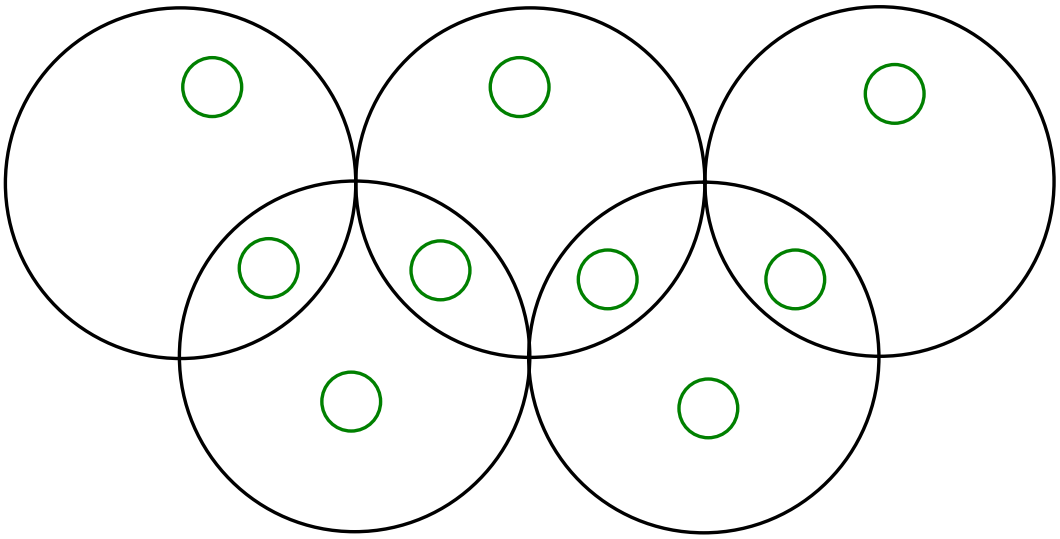
2007 青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

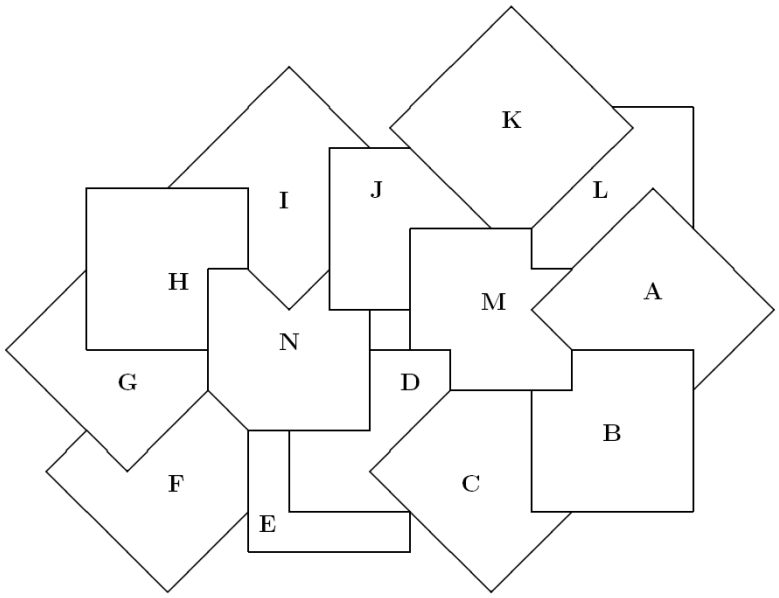
2007/7/23 長春市

隊名：_____ *得分*：_____

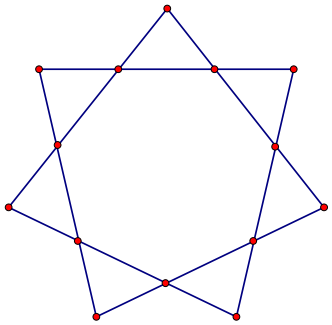
1．如圖是一個奧運五環，圓環內有 9 個小圓。請把 1，2，3，4，5，6，7，8 和 9 不重複地填入小圓，使得每個圓環內數字和為 14。



2．十四張紙片如圖堆疊。一條從紙片 B 出發，最後到達紙片 F 的路徑是這樣得到的：先到上層位置的紙片，再到下層位置的紙片，如此交替行進。同一張紙片可以經過多次，且不必經過每張紙片。請依次寫出一條路徑上的紙片標號。



3．下圖是一個七角星，它總共有 14 個交點，請將數 1，2，...，14 不重複地填入每個交點處（每點處填寫一個數），使得每條線上所填的四個數之和都相等。（請給出一種填法，不必寫出推理過程。）

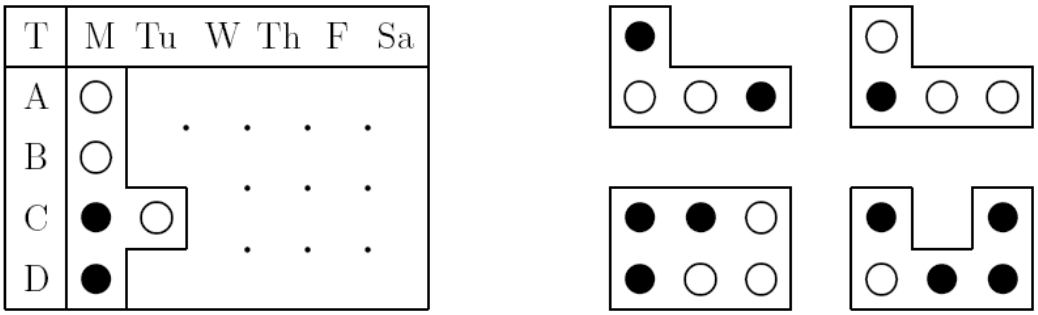


4．小瑪發現將某個三位數自乘後，所得乘積的末三位數與原三位數相同。問：滿足上述性質的所有不同的三位數的和是多少？

5．求所有的正整數 m、n，使得 m^2+1 是一個質數，且

$$10(m^2+1)=n^2+1。$$

6．四個參賽隊在某周進行雙循環賽，每兩個隊之間都要比賽兩次，每個隊每天比賽一場。下圖中的左邊給出了比賽的最後記分牌的一部份，其餘部分裂成了四塊，這些碎塊只在一面寫有得分情況。一個黑圈表示勝一局，白圈表示負一局。問：冠軍是哪個參賽隊？



7．今有兩張 3×3 方格表 A 與 B，現將數 1，2，…，9 按某種順序填入 A 表（每格填寫一個數），然後依照如下規則填寫 B 表：使 B 表中第 i 行、第 j 列交叉處的方格內所填的數等於 A 表中第 i 行的各數和與第 j 列的各數和之差的絕對值；例如 B 表中的 $b_{12}=\left|\left(a_{11}+a_{12}+a_{13}\right)-\left(a_{12}+a_{22}+a_{32}\right)\right|$。

問：能否在 A 表適當填入 1，2，…，9，使得在 B 表中也出現 1，2，…，9 這九個數字？

a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}

表 A

b_{11}	b_{12}	b_{13}
b_{21}	b_{22}	b_{23}
b_{31}	b_{32}	b_{33}

表 B

8. 設凸四邊形 $ABCD$ 的兩條對角線 AC 與 BD 互相垂直。過 AB 的中點 M 作 CD 的垂線，過 AD 的中點 N 作 CB 的垂線。證明：這兩條垂線的交點在直線 AC 上。

9.把 1 到 $n(n>1)$ 這 n 個正整數排成一行，使得任何相鄰兩數之和為完全平方數。

問：n 的最小值是多少？

10．用五種顏色將一張8×8棋盤上塗色(每個小方格塗一種顏色)，如圖所示，R 是紅色，Y 是黃色，B 是藍色，G 是綠色，W 是白色。然後把剩下的小方格也用這五種顏色填塗，使得所有相同顏色的小方格是通過邊與邊連著的一整塊，整個棋盤分成了五塊。問：其中最大的一塊有多少個小方格？

R							
						Y	
		B					
G							G
			R				
	W					W	
		B	Y				